Memorias

1er Simposio Orinoquense de Matemáticas y Educación de las Matemáticas

Programa de
Licenciatura en Matemáticas

Memorias

1ER SIMPOSIO ORINOQUENSE DE MATEMÁTICAS Y EDUCACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS

El programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de los Llanos organizó el "1er Simposio Orinoquense de Matemáticas y Educación de las Matemáticas: perspectivas actuales en la investigación y educación matemática" (SOMEM 2024), realizado el 10 y 11 de octubre de 2024. El simposio SOMEM 2024 fue un espacio en el que expertos en el campo de las matemáticas y la educación matemática se reunieron para presentar, discutir y compartir información sobre temas relevantes dentro de estas áreas de conocimiento.

OBJETIVO

Ofrecer una plataforma para que los investigadores, académicos y profesionales compartan sus conocimientos, experiencias y desarrollos con otros colegas que contextualizan su quehacer académico en el campo de las matemáticas y la educación matemática. Se espera que este espacio sirva como oportunidad para establecer contactos, colaboraciones y redes profesionales.

DIRIGIDO A

Estudiantes, docentes, investigadores, profesionales y emprendedores interesados en ampliar sus conocimientos y explorar nuevas metodologías de investigación. El SOMEM 2024 se presenta como un espacio de encuentro académico y profesional, diseñado para difundir avances y descubrimientos en el ámbito de la enseñanza y aprendizaje de la matemática, tanto a nivel regional como global.

El evento busca fomentar el intercambio de ideas y experiencias entre expertos, fortaleciendo la colaboración interdisciplinaria y el desarrollo de nuevas herramientas pedagógicas. Nuestro objetivo es atraer la atención tanto de la comunidad académica en Colombia como en el extranjero, visibilizando la investigación educativa y promoviendo el diálogo entre distintos sectores del conocimiento.

PROGRAMA

1er SIMPOSIO ORINOQUENSE DE MATEMÁTICAS Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA: PERSPECTIVAS ACTUALES (SOMEM 2024)		
JUEVES 10 DE OCTUBRE		
Registro y Recepción de Participantes 8:30AM – 9:15 AM		
Ceremonia de apertura y presentación del evento 9:15 AM – 9:45 AM		
Invitado	**Ponencia/Taller**	**Lugar, Fecha y Horario**
Dr. Oscar Fernando Soto Agreda	Las cosas simples de los números desde una perspectiva visual	Auditorio Eduardo Carranza 10 de octubre 9:45 AM – 10.45 AM
Dr. Edgar Alberto Guacaneme Suárez	¿Qué he aprendido sobre la proporcionalidad que no me enseñaron en la escuela (ni en la universidad)?	Auditorio Eduardo Carranza 10 de octubre 10:45 AM – 11.45 AM
ALMUERZO. 11:45 AM – 1:45 PM		
Dr. Julio Hernando Romero Rey	Los *foregrounds* vistos desde la teoría de la objetivación	Auditorio Eduardo Carranza 10 de octubre 1:45 PM – 2.45 PM
COFFEE BREAK. 2:45 PM – 3:00 PM		
Dr. Jorge Enrique Fiallo Leal	**Taller 1.** Aprendiendo trigonometría en el aula virtual de GeoGebra.	Aula Especializada de Fisica 10 de octubre 3:00 PM – 5:00 PM
Dr. Oscar Fernando Soto Agreda	**Taller 2.** La caja de polinomios: el tránsito de lo tangible a lo simbólico.	Aula Especializada de Matemáticas 10 de octubre 3:00 PM – 5:00 PM
Dra. (c) Ivonne Amparo Londoño Agudelo	Etnomatemática y diálogo de saberes en la formación de profesores de matemáticas.	Auditorio Eduardo Carranza 10 de octubre 3:.00 PM – 4:00 PM
VIERNES 11 DE OCTUBRE		
Dr. Jorge Enrique Fiallo Leal	Habilidades cognitivas de los procesos matemáticos en el estudio de las razones trigonométricas en la mediación de GeoGebra.	Auditorio Eduardo Carranza 11 de octubre 8:30 AM – 9:30 AM
Dr. Danilo Díaz Levicoy	Comprensión de gráficos estadísticos por profesores en formación y en activo de educación primaria.	Auditorio Eduardo Carranza 11 de octubre 9:30 AM – 10:30 AM
COFFEE BREAK. 10:30 AM – 10:45 AM		
Dr. Cristian Camilo Espitia Morillo	Modelos matemáticos en biología e ingeniería	Auditorio Eduardo Carranza 11 de octubre 10:45 AM – 11:45 AM
ALMUERZO. 11:45 AM – 1:45 PM		
Dr. Jorge Enrique Fiallo Leal	**Taller 1.** Aprendiendo trigonometría en el aula virtual de GeoGebra	Aula Especializada de Fisica 11 de octubre 1:45 PM – 3:45 PM
Dr. Oscar Fernando Soto Agreda	**Taller 2.** La caja de polinomios: el tránsito de lo tangible a lo simbólico	Aula Especializada de Matemáticas 11 de octubre 1:45 PM – 3:45 PM
COFFEE BREAK. 3:45 PM – 4:00 PM		
SESIÓN DE PÓSTERS. Plazoleta Auditorio Eduardo Carranza 4:00 PM – 5:45 PM		
CIERRE DEL EVENTO		

COMITÉ ORGANIZADOR

Francisco Javier Gutiérrez,
Universidad de los Llanos, Colombia

Arturo Alexander Castro,
Universidad de los Llanos, Colombia

Nasly Yanira Martínez,
Universidad de los Llanos, Colombia

María Teresa Castellanos,
Universidad de los Llanos, Colombia

Cristian Espitia Morillo,
Universidad de los Llanos, Colombia

Alexander Santos Niño,
Universidad de los Llanos, Colombia

Beatriz Avelina Villarraga,
Universidad de los Llanos, Colombia

Fredy Leonardo Dubeibe,
Universidad de los Llanos, Colombia

COMITÉ CIENTÍFICO

Miguel Cruz Ramírez,
Universidad de Holguín, Cuba

Osvaldo Jesús Rojas Velázquez
Universidad Antonio Nariño, Colombia

José María Sigarreta Almira
Universidad Autónoma de Guerrero, México

Rajiv Aggarwal
Sri Aurobindo College, University of Delhi, India

Md. Sanam Suraj
Sri Aurobindo College, University of Delhi, India

Marlio Paredes Gutiérrez
University of Texas Rio Grande Valley, Estados Unidos

Euaggelos Zotos
Aristotle University of Thessaloniki, Grecia

COMITÉ EDITORIAL

Fredy Leonardo Dubeibe
Universidad de los Llanos, Colombia

Alexander Santos Niño
Universidad de los Llanos, Colombia

Nasly Yanira Martínez
Universidad de los Llanos, Colombia

INSCRIPCIÓN

a) Para participar como asistente, complete el formulario de inscripción al evento: https://forms.gle/Wed8tKX413FCDfFt7.

b) Para postular un póster en la sesión correspondiente, adjunte el archivo en formato PDF en la casilla indicada. Los trabajos postulados serán evaluados por el comité científico y, en caso de ser aceptados, se notificará al autor principal a través del correo electrónico registrado en la inscripción.

c) Nos pondremos en contacto con el autor que presentará el póster; sin embargo, los demás autores deben registrarse en la sección de autores del formulario. Todos los autores registrados recibirán un certificado como ponentes. No se permitirá agregar ni eliminar autores una vez el trabajo haya sido entregado.

d) Los trabajos aceptados deberán elaborar el póster utilizando exclusivamente el formato proporcionado por los organizadores.

BENEFICIOS

PONENTE	ASISTENTE
Certificado digital de ponente	Certificado digital de asistente
Acceso a todas la conferencias y talleres	Acceso a todas la conferencias y talleres
Publicación del resumen de la ponencia en las memorias del evento	

CONTÁCTENOS

Si tiene alguna duda sobre el evento, puede enviarnos un correo electrónico a: matematicasyfisica@unillanos.edu.co

TABLA DE CONTENIDO

Ponencias magistrales

LAS COSAS SIMPLES DE LOS NÚMEROS DESDE UNA APERTURA VISUAL

Oscar Fernando Soto
fsoto@udenar.edu.co
Universidad de Nariño

RESUMEN

La conferencia titulada: las cosas simples de los números desde una apertura visual, da cuenta de una serie de leyes y fórmulas que cumplen los números, bien sean naturales, racionales e irracionales. Por ejemplo, las sumas parciales de la serie natural, significa una expresión verificada por la vía en la rotación y encaje de Gauss que se llaman triangulares y que generan cuadrados perfectos. También los impares surten al mundo de cuadrados perfectos en sus sumas parciales y originan la ley de los números impares de Galileo, se ejecuta por la vía de la traslación; las sumas parciales de las potencias de tres tienen un comportamiento fractal que se **relata a sí misma** RELATA A SÍ MISMA, por la vía de la reflexión axial. Dividir un cuadrado en cinco partes se ejecuta por la poderosa potencia de dividir por dos un segmento y desde allí se procede a evidenciar, es decir **ver** que la suma infinita de la serie de razón un quinto es la cuarta parte de la unidad.

Con el uso del plano cartesiano se puede **ver** el comportamiento de los radicales anidados infinitos y **contemplar** la forma en que secuencias de irracionales tienen como adherencia a puntos racionales, como si los irracionales les devolvieran el favor. Aquí se meten "de taquito" los números oblongos, de los que se puede verificar que generan solo irracionales por la vía de la raíz cuadrada.

COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS POR PROFESORES EN FORMACIÓN Y EN ACTIVO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Danilo Díaz Levicoy
ddiazl@ucm.cl
Universidad Católica del Maule

RESUMEN

El presente resumen fue elaborado por el grupo de profesores organizador del evento, con base en la conferencia ofrecida por el Doctor Díaz. La conferencia se centró en el desarrollo y los desafíos del conocimiento matemático y estadístico en la formación de docentes en educación primaria. Se abordaron algunos estudios clave que resaltan las limitaciones y fortalezas en el conocimiento matemático y pedagógico de los futuros maestros, con énfasis en conceptos fundamentales como las fracciones, las representaciones gráficas y el modelado matemático. La comprensión y elaboración de gráficos estadísticos en estudiantes y profesores de educación primaria permite a los estudiantes y futuros ciudadanos, entender gráficos presentes en medios y contextos científicos y profesionales. Se destaca su relevancia en el currículo y como parte de la cultura estadística, una competencia ciudadana esencial en la interpretación crítica de información en la sociedad actual.

Las investigaciones muestran que los estudiantes de educación primaria presentan dificultades significativas tanto en la lectura como en la construcción de gráficos estadísticos. Los errores más comunes incluyen la elección incorrecta del tipo de gráfico, falta de proporcionalidad en elementos gráficos (e.g., barras desproporcionadas, pictogramas no representativos) y problemas para identificar componentes básicos como ejes, leyendas y etiquetas. Estos hallazgos resaltan la necesidad de una enseñanza más rigurosa y contextualizada de la estadística en los primeros años. No obstante, estas deficiencias también tienen lugar en el cuerpo docente, evidenciando problemas en la comprensión de gráficos estadísticos y en habilidades para enseñar esta temática. En particular, se observa que los profesores activos, presentan dificultades en la cuantificación y argumentación de los datos y, en algunos casos, falta de familiaridad con los efectos visuales que producen cambios en la escala de los gráficos.

Según la propuesta de Curcio y colaboradores, se identifican cuatro niveles de lectura en gráficos estadísticos. Los estudios revelan que tanto estudiantes como profesores alcanzan niveles básicos (niveles 1 y 2) con mayor facilidad, pero enfrentan dificultades notables en niveles más avanzados (niveles 3 y 4), especialmente en tareas de interpretación crítica. Esto permite concluir que es necesario fortalecer la formación docente en estadística y probabilidad, integrando habilidades prácticas y críticas para abordar gráficos estadísticos de forma efectiva en el aula. Esto incluye una mayor atención en la formación inicial

de docentes y la necesidad de perfeccionamiento profesional en esta área, para reducir las brechas en la enseñanza de representaciones estadísticas en los niveles básicos de educación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Díaz-Levicoy, D., Parra-Fica, J. H., Aravena-Díaz, M. & Gutiérrez-Saldivia, X. (2021). Lectura de gráficos estadísticos por profesores de educación primaria en activo. *Información tecnológica*, *32*(3), 57-68.

- Arteaga, P., Díaz-Levicoy, D. & Batanero, C. (2018). Investigaciones sobre gráficos estadísticos en Educación Primaria: revisión de la literatura. *Revista digital: Matemática, Educación e Internet*, *18*(1), 1-12.

- Díaz-Levicoy, D. (2018). *Comprensión de gráficos estadísticos por alumnos chilenos de Educación Primaria.*

- Díaz-Levicoy, D., Samuel, M. & Rodríguez-Alveal, F. (2021). Conocimiento especializado sobre gráficos estadísticos de futuras maestras de educación infantil. *Formación universitaria*, *14*(5), 29-38.

ETNOMATEMÁTICA Y DIÁLOGO DE SABERES EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS

Ivonne Amparo Londoño Agudelo[1], Edgar Alberto Guacaneme Suárez[2]
[1]ialondonoa@upn.edu.co, [2]guacaneme@pedagogica.edu.co
[1]Universidad de los Llanos, [1,2]Universidad Pedagógica Nacional

RESUMEN

La Licenciatura en Matemáticas (LM) de la Universidad de los Llanos se creó en 1975 como respuesta a las necesidades educativas de la región de la Orinoquía colombiana. En 2016 el programa experimentó una importante transformación y, en el marco de los procesos de evaluación, se recibieron sugerencias externas acerca de la necesidad de realizar acciones formativas que favorecieran el vínculo de la propuesta académica del programa con el contexto regional, ya que el currículo del programa no atendía las condiciones contextuales específicas del territorio (Jaramillo Quiceno & Gallego Berrío, 2017). Para atender las sugerencias, el comité curricular del programa, decidió hacer modificaciones en la línea de formación de la práctica pedagógica, una de estas fue la incorporación de dos cursos: "Educación en la Diversidad" y "Etnomatemática" (Consejo Académico Universidad de los Llanos, 2016; Grupo GAP Lic. Matemáticas, 2020).

El curso "Etnomatemática" se implementó por primera vez en 2020 en plena pandemia. Bajo esta circunstancia, se desarrolló a través de un ciclo de conferencias a cargo de expertos nacionales y extranjeros (Londoño-Agudelo & Blanco-Álvarez, 2024) y de una serie de actividades de estudio de preparación para las conferencias y de análisis de tareas escolares específicas que incorporaban resultados investigativos de la etnomatemática (Aroca Araujo et al., 2016; Blanco Álvarez y Parra Sánchez, 2009; D'Ambrosio, 2013; Gavarrete y Albanese, 2015; Micalco Méndez y Villaseñor Mercado, 2017; Santos, 2019; Scott, 2021; Vásquez Hernández et al., 2020).

A través de estas actividades hubo un cambio en los estudiantes; en palabras de ellos, se amplió su percepción sobre la naturaleza de las matemáticas y se comprendió que las matemáticas son un constructo cultural y social influido por el contexto en que se desarrollan. Esta nueva visión les permitió apreciar los saberes y prácticas matemáticas presentes en las comunidades o grupos poblacionales (como los empleados por carpinteros o artesanos); además, reconocieron que la etnomatemática es un enfoque que no se limita a desentrañar las prácticas matemáticas de las comunidades indígenas, sino que se aplica a cualquier contexto sociocultural. Igualmente, tal visión favoreció el reconocimiento de la importancia de involucrar esos conocimientos en su práctica pedagógica y anticipar los posibles retos que conlleva integrar estos saberes al aula de matemática.

En el proceso de construcción del proyecto de investigación doctoral (desarrollado en el marco del Doctorado Interinstitucional en Educación, sede Universidad Pedagógica

Nacional), hemos reflexionado retrospectivamente sobre la experiencia vivida en el curso "Etnomatemática". A través de ello hemos identificado dos aspectos a profundizar.

El primero de ellos se refiere a que en las aulas de matemáticas pueden llegar a estar presentes múltiples discursos matemáticos surgidos de diversas fuentes. Por un lado, estaría el conocimiento matemático formal y abstracto promovido por la comunidad de matemáticos. Por otra parte, estaría el conocimiento matemático escolar que deviene de la comunidad de educadores matemáticos. También harían presencia las prácticas y saberes matemáticos de comunidades específicas (como las indígenas, las rurales o las organizadas en torno a actividades económicas, entre otras). Naturalmente cada discurso reflejaría valores, experiencias, formas de entender el mundo, intencionalidades, etc. de cada una de las comunidades fuente. Tal confluencia de discursos podría llegar a entenderse como una manera de interculturalidad que amerita un tratamiento singular; este puede ir desde privilegiar uno de tales discursos incluso poniendo en riesgo la existencia de los otros, a la coexistencia de todos estos a través de un intrincado proceso de diálogo de saberes.

El segundo de ellos se refiere al hecho de que muy probablemente los profesores de matemáticas no estén preparados para asumir profesionalmente la coexistencia de diversos discursos matemáticos en un mismo espacio y tiempo. Si esto es así, como creemos que lo es, habría que adoptar algunas medidas en la formación de profesores de matemáticas que permita construir las herramientas conceptuales, metodológicas y subjetivas para que puedan llegar a gestionar profesionalmente un diálogo de saberes que favorezca la interculturalidad y la valoración de diferentes discursos matemáticos. Esta realidad induce a la pregunta: ¿qué transformaciones son necesarias en los programas de formación de profesores de matemáticas para que estos adquieran los conocimientos, las competencias, la sensibilidad y la capacidad crítica (entre otros recursos) para gestionar ambientes de aprendizaje interculturales?

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aroca Araujo, A., Blanco, H. y Gil, D. (2016). Etnomatemática y formación inicial de profesores de matemáticas: El caso colombiano. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*, *9*(2), 85-102. https://doi.org/10.22267/relatem.1692.4

- Blanco Álvarez, H. y Parra Sánchez, A. I. (2009). Entrevista al profesor Alan Bishop. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *2*(1), 137-147. https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/16

- Consejo Académico Universidad de los Llanos. (2016). *Acuerdo Académico No. 005 del 28 de abril de 2016*.

- D'Ambrosio, U. (2013). *Etnomatemáticas: Entre las tradiciones y la modernidad*. Ediciones Díaz de Santos.

- Gavarrete, M. E. y Albanese, V. (2015). Etnomatemáticas de signos culturales y su incidencia en la formación de maestros. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 8*(2), 299-315. https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/213

- Grupo GAP Lic. Matemáticas. (2020). *Proyecto Educativo del Programa de Licenciatura en Matemáticas UNILLANOS*. Universidad de los Llanos.

- Jaramillo Quiceno, D. V. y Gallego Berrío, L. M. (2017). *Informe de evaluación externa CNA, al programa de Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de los Llanos*. Consejo Nacional de Acreditación, Acreditación de programas de pregrado.

- Londoño-Agudelo, I. A., & Blanco-Álvarez, H. (Eds.). (2024). *Reflexiones sobre educación matemática desde la etnomatemática*. Editorial Universidad de los Llanos. https://doi.org/10.22579/9786287717022

- Micalco Méndez, M. M. y Villaseñor Mercado, M. G. (2017). Etnomatemática: un enfoque para la formación docente. En R. M. Torres Hernández (*Ed.*) *Memoria electrónica del XIV Congreso Nacional de Investigación Educativa* -COMIE. https://comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v14/doc/2203.pdf

- Santos, B. de S. (2019). *Educación para otro mundo posible*. Clacso, Cedalc, Centro de Pensamiento Pedagógico. https://www.clacso.org.ar/libreria-latinoamericana/libro_detalle.php?id_libro=1526

- Vásquez Hernández, A. P., Selles Vargas, A., Rodríguez Iglesias, D., Villanueva Díaz, A. Y. y Mora Blanco, I. (2020). *Kúl ëltëpa I cha matemática 7. Contextualizado a los pueblos Bribri y Cabécar*. Editorial del Norte.

HABILIDADES COGNITIVAS DE LOS PROCESOS MATEMÁTICOS EN EL ESTUDIO DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS CON LA MEDIACIÓN DE GEOGEBRA

Jorge Fiallo
jfiallo@uis.edu.co
Universidad Industrial de Santander

RESUMEN

El estudio de la trigonometría puede convertirse en un proceso memorístico, rutinario y mecánico, sin ningún sentido ni utilidad si no se brindan las condiciones suficientes para ello. Por esta razón, es importante brindarle al estudiante no sólo una serie de conceptos, sino las herramientas y estrategias necesarias para que explore, analice, relacione, conjeture, demuestre y aprenda con sentido los conceptos y las propiedades trigonométricas. Asimismo, que aprenda a: utilizar diferentes procedimientos y estrategias de razonamiento, a producir distintos tipos de demostración en la solución de problemas de conjetura y demostración de las propiedades trigonométricas; a relacionar las diferentes representaciones de los conceptos y a comunicar sus ideas, de tal manera que el aprendizaje sea más efectivo y duradero.

Tomando como base las ideas anteriores, y siguiendo las líneas de investigación tendientes a obtener una mejor idea de los procesos matemáticos, se presentan resultados de una propuesta de enseñanza de las razones trigonométricas que permita acercar a los estudiantes al estudio de la trigonometría desde una metodología que sustenta que: a partir de un enfoque geométrico en un ambiente de matemáticas interactiva como GeoGebra, se favorece la formación de objetos mentales de los conceptos de las razones trigonométricas. El uso de GeoGebra favorece la visualización, la representación, la comunicación, la generalización y conjetura de propiedades de las razones trigonométricas, así como contribuye al desarrollo de habilidades cognitivas de los procesos matemáticos en el estudio de las razones trigonométricas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Fiallo, J. (2006). *Enseñanza de las razones trigonométricas en un ambiente cabri para el desarrollo de las habilidades de la demostración.* (Memoria de investigación). Universidad de Valencia, España.

- Fiallo, J. & Parada, S. (2018). *Estudio dinámico del cambio y la variación: curso de Precálculo mediado por GeoGebra*. Ediciones UIS, Bucaramanga, Colombia.

- Fiallo, J., Velasco Méndez, A. M., & Parada Rico, S. E. (2021). Demonstration Process Skills: From Explanation to Validation in a Precalculus Laboratory Course. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 17*(11), em2033. https://doi.org/10.29333/ejmste/11265

- Parada Rico, S. E., Velasco Méndez, A. M. & Fiallo, J. (2023). Communication skills enabled in a pre-calculus course using dynamic geometry software. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 19*(3), em2235. https://doi.org/10.29333/ejmste/12972

¿QUÉ HE APRENDIDO SOBRE LA PROPORCIONALIDAD QUE NO ME ENSEÑARON EN LA ESCUELA (NI EN LA UNIVERSIDAD)?

Edgar Alberto Guacaneme Suárez
guacaneme@pedagogica.edu.co
Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencia y Tecnología, Universidad Pedagógica Nacional

RESUMEN

El aprendizaje de la proporcionalidad parece ser algo que atraviesa a todos los seres humanos y particularmente a quienes asistimos a la escuela, o acaso, ¡¿quién no recuerda haber empleado la regla de tres?! Sin embargo, es altamente probablemente que tal aprendizaje no haya tenido desarrollos significativos en el marco de los programas de formación profesional inicial de profesores. Al menos, este fue mi caso.

Afortunadamente, luego de recibir el título de pregrado he tenido la oportunidad de transitar un camino que me ha conducido a aprender algo más sobre la proporcionalidad y, consecuentemente, a ser consciente de aquello que creo saber y de lo que aún quisiera aprender. Esbozar algunos elementos de tal camino de aprendizaje profesional en torno a la proporcionalidad, es pues, el asunto central de la conferencia.

Presentaré entonces preguntas que formulamos en un grupo de estudio, expondré algunos hallazgos interesantes conseguidos a través del desarrollo de mis tesis de maestría y doctorado, y daré crédito a algunos aprendizajes logrados en calidad de asesor de algunos trabajos de grado. Por ejemplo, discutiré: por qué casi siempre la proporcionalidad se plantea para magnitudes, qué relación existe entre las razones, las proporciones y la proporcionalidad; la existencia de funciones de proporcionalidad directa en las que "una magnitud crece mientras la otra decrece"; la existencia de un teorema fundamental de la proporcionalidad, aparentemente no fundamental; las posibles relaciones entre proporcionalidad, linealidad e isomorfismos; la existencia de teorías sobre la razón y la proporción en las que no hay necesidad de precisar la razón para manifestar que se configura una proporción; la desnaturalización del carácter relacional de la razón al convertirla en número; la diferencia entre proporcionalidad geométrica y semejanza geométrica. También discutiré la existencia de sucesiones de razones para "rodear" una razón inexistente; el lenguaje proporcional como canon para capturar la covariación de magnitudes; las "sonoras" razones musicales; las razones entre diferencias como base para la caracterización y distinción de funciones; etc.

No obstante el tono autobiográfico, la conferencia debería ser comprendida como un esbozo de aquello que podría y debería aprender sobre proporcionalidad un futuro profesor de matemáticas en su programa de formación profesional inicial.

MODELOS MATEMÁTICOS EN BIOLOGÍA E INGENIERÍA

Cristian Camilo Espitia Morillo
cristian.espitia@unillanos.edu.co
Universidad de los Llanos

RESUMEN

A lo largo de la historia los modelos matemáticos no solo han sido herramientas fundamentales para entender fenómenos complejos, sino que también han reflejado la evolución del pensamiento científico; estos modelos han permitido a los científicos y a la humanidad avanzar en la comprensión del universo y de la vida misma. Más allá de su aplicación técnica, el desarrollo de modelos matemáticos resalta el poder de la abstracción y la universalidad de las matemáticas como lenguaje para describir la realidad, ofreciendo soluciones prácticas y teóricas en campos diversos. Esta charla principalmente nos recuerda la importancia de construir modelos que no solo sean precisos, sino también simples y aplicables, y se muestra una fundamentación de los nuevos descubrimientos y aplicaciones futuras.

De esta manera, se realiza un recorrido histórico de los modelos matemáticos desarrollados en diferentes áreas de la ciencia, como la física, astronomía y desde luego las matemáticas. Se empieza con los trabajos de la antigüedad concernientes a geometría plana por parte de Pitágoras y Euclides, mecánica celeste por medio de los trabajos de Ptolomeo, pasando por el renacimiento con los trabajos de Copérnico, Galileo Galilei, Kepler y Newton sobre la mecánica de los cuerpos, hasta llegar a la era moderna con los trabajos de Albert Einsten, Jon Von Newman y Alan Turing. Estos últimos fundamentan muchos de los actuales trabajos en modelamiento de fenómenos físicos como propagación de epidemias, crecimiento tumoral, mecánica de fluidos, modelos en ingeniería como pandeo de una viga o circuitos eléctricos en serie, además de aplicaciones en biología y química como crecimiento logístico y reconstrucción de cadenas proteicas.

Se estudian las principales características de los modelos como su estructura, variables, parámetros, restricciones y relaciones, sus objetivos, propiedades deseables como simpleza, objetividad, sensibilidad, estabilidad y universalidad. Se habla de una metodología de construcción de un modelo matemático y se finaliza con los diferentes tipos de modelos matemáticos, junto a algunos ejemplos utilizados en física, estadística, biología, matemáticas, ingeniería, química y economía, por mencionar algunos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Edelstein-Keshet, L. (2016). *Mathematical models in biology. Society for Industrial and Applied Mathematics* (SIAM).
- Brauer, F. & Castillo-Chavez, C. (2012). *Mathematical models in population biology and epidemiology* (2nd ed.). Springer.

Talleres

APRENDIENDO TRIGONOMETRÍA EN EL AULA VIRTUAL DE GEOGEBRA

Jorge Fiallo
jfiallo@uis.edu.co
Universidad Industrial de Santander

RESUMEN

Como continuación de la conferencia "Habilidades cognitivas de los procesos matemáticos en el estudio de las razones trigonométricas con la mediación de GeoGebra", se propone un taller para profesores, de dos sesiones con una intensidad de dos horas cada una, para trabajar los talleres diseñados en el formato libro de GeoGebra, con el objetivo de que vivan la experiencia de trabajar en un medio dinámico que ofrece las herramientas y estrategias necesarias para explorar, analizar, relacionar, conjeturar, demostrar y aprender con sentido los conceptos y propiedades trigonométricos. Además de que aprendan a utilizar diferentes procedimientos y estrategias de razonamiento, a producir distintos tipos de demostración en la solución de problemas de conjetura y demostración de las propiedades trigonométricas, a relacionar las diferentes representaciones de los conceptos y a comunicar sus ideas, de tal manera que el aprendizaje sea más efectivo y duradero. Se espera que estas actividades sirvan de inspiración para que los profesores las incorporen en el aula de clases, con las adaptaciones necesarias para la formación de ciudadanos matemáticamente competentes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Fiallo, J. (2006). *Enseñanza de las razones trigonométricas en un ambiente cabri para el desarrollo de las habilidades de la demostración*. Memoria de investigación. Universidad de Valencia, España.

- Fiallo, J. & Parada, S. (2018). *Estudio dinámico del cambio y la variación: curso de Precálculo mediado por GeoGebra*. Ediciones UIS, Bucaramanga, Colombia.

- Fiallo, J., Velasco Méndez, A. M. & Parada Rico, S. E. (2021). Demonstration Process Skills: From Explanation to Validation in a Precalculus Laboratory Course. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 17*(11), em2033. https://doi.org/10.29333/ejmste/11265

- Parada Rico, S. E., Velasco Méndez, A. M. & Fiallo, J. (2023). Communication skills enabled in a pre-calculus course using dynamic geometry software. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 19*(3), em2235. https://doi.org/10.29333/ejmste/12972

LA CAJA DE POLINOMIOS, TRÁNSITO DE LO TANGIBLE A LO SIMBÓLICO

Oscar Fernando Soto
fsoto@udenar.edu.co
Universidad de Nariño

RESUMEN

La caja de polinomios, tránsito de lo tangible a lo simbólico, es la suma de los pensamientos de Euclides que regala su teorema 43 del libro I de Los Elementos, el matemático árabe Tabit ibn Qurra el Harani con su principio de homogeneización, y los franceses Pierre Fermat y Renato Descartes, que le entregan al mundo un oficioso sistema de representación llamado “plano cartesiano”. De estas ideas, emerge el rompecabezas llamado “caja de polinomios” que permite el juego operatorio algebraico con polinomios hasta de grado tres con coeficientes enteros. Así, sumar, restar, multiplicar, dividir y factorizar, se hacen de manera lúdica y divertida, dando paso al hecho simbólico del álgebra, que es lo que finalmente importa. Por ejemplo, la división transita desde el hecho de que el álgebra es “la ciencia de las identidades”, dando paso al “algoritmo de la división de Euclides”, de manera eficiente y efectiva.

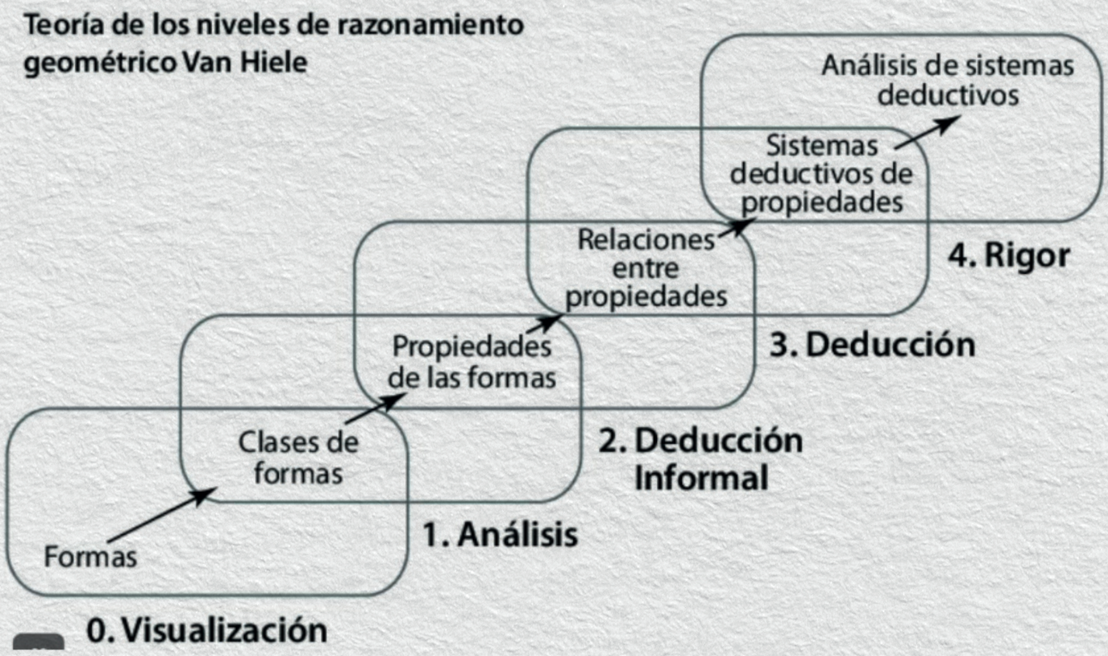
Pósteres

LA METODOLOGÍA DE VAN HEILE EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

Carolina Ballesteros Velásquez[1], Jeimy Leandra Moyano Ruiz[2]
[1]cballesteros@unillanos.edu.co [2]jlmoyano@unillanos.edu.co
[1,2] Licenciatura en Matemáticas y Física - Universidad de los Llanos

INTRODUCCIÓN

La geometría, clave para el pensamiento lógico y espacial, ha sido descuidada en la enseñanza. Esta propuesta para octavo grado aborda conceptos como perímetro, área y volumen, utilizando el modelo de Van Hiele para mejorar el razonamiento geométrico.



PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Cuál es el impacto de la implementación del modelo de Van Hiele en el desarrollo del razonamiento geométrico y la comprensión de conceptos propios de la geometría, en estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Alberto Lleras Camargo, durante el primer semestre del año escolar 2024?

PROBLEMA CIENTÍFICO

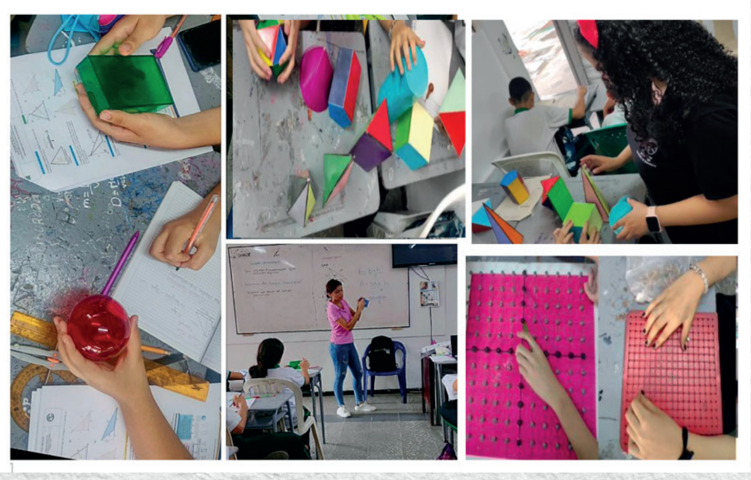
Este problema surge de la observación de dificultades persistentes en el aprendizaje de la geometría y la necesidad de implementar estrategias pedagógicas más efectivas. La Institución Educativa Alberto Lleras Camargo, como muchas otras en Colombia, busca mejorar el rendimiento académico y las habilidades de pensamiento espacial de sus estudiantes, lo cual hace que esta investigación sea particularmente relevante y oportuna. La implementación de este modelo proporciona una estructura más clara y progresiva para la enseñanza de la geometría, mejorando potencialmente la capacidad de los estudiantes para razonar geométricamente y comprender conceptos más abstractos.

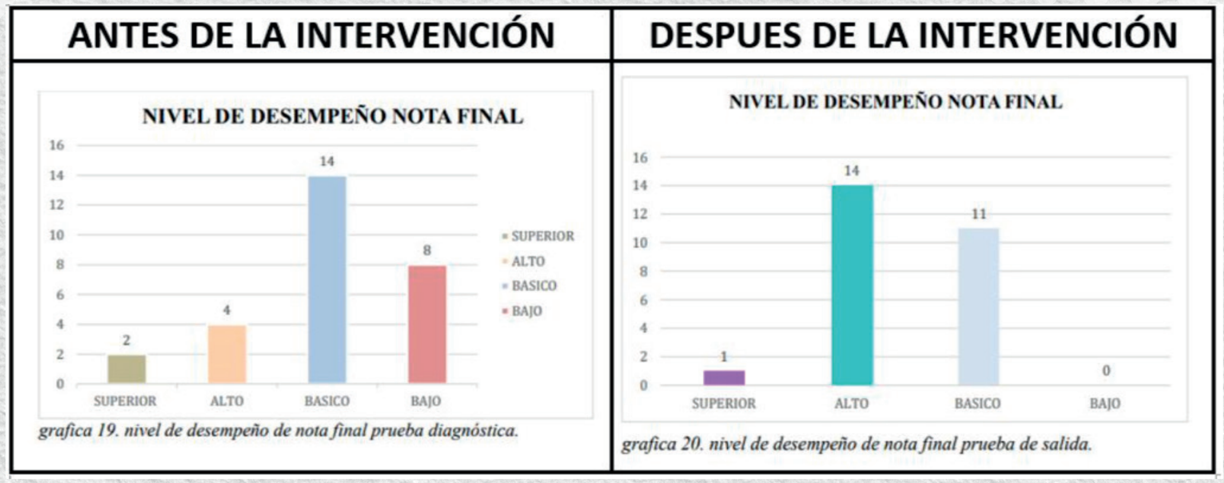
METODOLOGÍA

La enseñanza de la geometría basada en el modelo de Van Hiele se empleó con un enfoque cualitativo y descriptivo. Se aplica a una población de estudiantes de octavo grado de la institución.

RESULTADOS

El Modelo de Van Hiele demostró su eficacia al adaptar las estrategias de enseñanza al nivel de pensamiento de los estudiantes. Además, facilitó el desarrollo progresivo del pensamiento geométrico, logrando que la mayoría avanzara del nivel 1 (visualización) al nivel 2 (análisis), evidenciando el éxito de la propuesta.





grafica 19. nivel de desempeño de nota final prueba diagnóstica.

grafica 20. nivel de desempeño de nota final prueba de salida.

CONCLUSIONES

A pesar de los desafíos impuestos, se logró adaptar la metodología y aprovechar los recursos disponibles, destacando la participación activa de los estudiantes.

El modelo de Van Hiele fue clave para avanzar en los niveles de pensamiento geométrico de los estudiantes, logrando su progreso de visualización a análisis.

La comunicación y el trabajo en grupo potenciaron el aprendizaje, mientras que el contexto social y personal de los estudiantes fue esencial para diseñar un aprendizaje significativo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Crowley, M. L. (1987). The van Hiele model of the development of geometric thought. *Learning and teaching geometry, K-12*, 1-16.

- Soler, G. G., González, E. & Moreno, M. Á. G. (2009). Criterios específicos para analizar la geometría en libros de texto para la enseñanza primaria y secundaria obligatoria. Análisis desde los cuerpos de revolución. In *Investigación en educación matemática XIII* (pp. 247-258). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

- Procel, X. Y. F. (2021). Modelo de Van Hiele y su utilización para la enseñanza de la geometría. *Polo del Conocimiento: Revista científico-profesional*, *6*(3), 2261-2278.

LA ENSEÑANZA DE LA FÍSICA A TRAVÉS DEL APRENDIZAJE ACTIVO

Nasly Yanira Martínez[1], América Daniela Mateus Reyna[2]
[1]nmartinez@unillanos.edu.co, [2]america.mateus@unillanos.edu.co
[1,2]Licenciatura en Matemáticas y Física, Universidad de los Llanos

INTRODUCCIÓN

El presente documento relaciona los resultados y análisis derivados de la implementación del proyecto "La enseñanza de la física a través del aprendizaje activo", que se implementó en la Institución Educativa Guillermo Niño Medina durante el cuarto periodo académico del año 2023. Se trabajó con estudiantes de décimo grado, pertenecientes a la jornada matutina. El objetivo de esta investigación se centró en analizar cómo la implementación de la metodología de aprendizaje activo (MAA) en la enseñanza de la física favorece la experimentación en el aula de clase y el aprendizaje de los estudiantes en esta área, permitiéndoles convertirse en constructores de sus propios conocimientos.

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Cómo la implementación de la metodología de aprendizaje activo (MAA) en la enseñanza de la física en grado décimo, en el cuarto periodo académico en la Institución Educativa Guillermo Niño Medina, favorece la experimentación en el aula de clase y el aprendizaje de esta área?

PROBLEMA CIENTÍFICO

El proceso de enseñanza-aprendizaje en el área de la física en las instituciones educativas se ha convertido en una tarea amplia, compleja y de gran importancia. No existe, probablemente, alguna institución educativa que carezca de plan de estudio de esta área (Bishop, 1988; Mora, 2002). Frecuentemente en este proceso algunos docentes ignoran el hecho de que los estudiantes poseen experiencias previas del mundo real, y que estas les permiten explicar los hechos que ocurren a su alrededor (Elizondo, 2013).

Entre las estrategias que favorecen evaluar las ideas previas de los estudiantes y validar sus hipótesis, están las que se centran en la experimentación; al respecto, Quiroz-Tuarez y Zambrano-Montes (2021) destacan la importancia de la experimentación en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Está practica se considera esencial, ya que despierta el interés del estudiante y fomenta el desarrollo de su creatividad; no obstante, los autores señalan que la experimentación se emplea de manera limitada en el ámbito educativo, lo que conlleva a la falta de desarrollo de habilidades esenciales como la observación, manipulación, comprobación y abstracción, las cuales son fundamentales para alcanzar aprendizajes significativos y funcionales (p.3). En otras palabras, la falta de aplicación de la experimentación en el ámbito educativo, puede incidir negativamente en el nivel de desarrollo de las habilidades y competencias de los estudiantes durante su proceso de formación.

METODOLOGÍA

El trabajo se realizó con una metodología de investigación mixta con énfasis en el enfoque cualitativo, con un diseño metodológico de investigación-acción. Este diseño tiene como propósito abordar problemas específicos en las comunidades educativas, buscando comprenderlos y resolverlos mediante la aplicación de teorías que aporten a la consolidación de mejores prácticas (Hernández et al., 2014). Para recopilar información relevante y obtener una comprensión profunda de esta investigación, se emplearon diversas técnicas e instrumentos. Estos incluyeron la observación directa de las clases, entrevistas con los docentes, encuestas para reunir opiniones y percepciones, así como pruebas diagnósticas, de seguimiento y finales, para evaluar el nivel de conocimiento de los estudiantes en el área de física.

RESULTADOS

Tras una cuidadosa revisión de los datos recolectados en la fase diagnóstica, se consideraron tanto los resultados obtenidos, como las particularidades específicas de la institución. Se incorporó la MAA, que promueve la participación activa de los estudiantes en su propio proceso de aprendizaje. Esta combinación de factores sirvió como base para el diseño de unidades didácticas dirigidas a los estudiantes de la muestra. Las planeaciones se enmarcaron en los contenidos de la malla curricular de décimo grado y los objetivos educativos de la institución.

Cada sesión de las unidades didácticas se estructuró para abordar los temas del currículo, empleando estrategias pedagógicas centradas en la experimentación en el aula, con el fin de empoderar a los estudiantes como constructores de su propio conocimiento. La implementación de estas unidades permitió integrar los elementos relevantes del proceso de enseñanza-aprendizaje en física, identificados a través del análisis de la prueba diagnóstica, la encuesta sociocultural y el Proyecto Educativo Institucional (PEI). Finalmente, se realizó un análisis del impacto de las estrategias metodológicas aplicadas en los cursos seleccionados, evaluando su efectividad mediante los registros documentados en los diarios de campo.

CONCLUSIONES

Para el diseño de las unidades didácticas se consideró el marco normativo institucional (modelo pedagógico, mallas curriculares y sistema de evaluación), junto con los resultados del estudio sociocultural y las pruebas diagnósticas. Se aplicaron estrategias centradas en el aprendizaje activo, fomentando la experimentación en el aula y permitiendo que los estudiantes asuman un rol más activo. Los resultados muestran que los estudiantes desarrollaron la habilidad de generar hipótesis a partir de sus perspectivas previas y, en algunos casos, lograron comprender conceptos clave desde el inicio. Siguiendo los lineamientos curriculares en ciencias naturales, se sugiere comenzar las clases con prácticas experimentales, generando espacios de discusión para facilitar la construcción de conocimientos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bishop, A. (1988). *Mathematical Enculturation: A Cultural Perspective on Mathematics Education.* Dordrecht: Kluwer.

- Elizondo, M. S. (2013). Dificultades en el proceso de enseñanza aprendizaje de la física. *Presencia Universitaria, 3*(5), 70-77.

- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., y Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación (Edición 6).* México: McGraw-Hill Interamericana.

- Quiroz-Tuarez, S. y Zambrano-Montes, L. (2021). *La experimentación en las Ciencias Naturales para el desarrollo de aprendizajes significativos. Revista Científica Multidisciplinaria Arbitrada YACHASUN, 5*(9), 2-15.

EDUCACIÓN MATEMÁTICA REALISTA PARA LA ENSEÑANZA DE OPERACIONES BÁSICAS CON NÚMEROS FRACCIONARIOS

Astrid Carolina Oviedo
astridcaovi@gmailcom
Universidad de los Llanos

INTRODUCCIÓN

Abordar la temática que enmarca el enfoque de educación matemática realista para la enseñanza de operaciones básicas con números fraccionarios, presenta la necesidad de establecer un mejor proceso de enseñanza-aprendizaje y mayor desempeño del nivel académico de los estudiantes. Si se tiene en cuenta que los lineamientos contemplados en el currículo muestran una aplicación desde un nivel básico por parte de los educandos, esta requiere ser más práctica y dinámica. Este estudio busca propiciar el entendimiento y comprensión de las operaciones básicas con números fraccionarios, por medio de la educación matemática realista, desde el uso de contextos realistas y la reflexión de estos en situaciones de interacción, lo cual permite fortalecer el avance en el nivel de matematización.

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿De qué manera la educación matemática realista contribuye a solventar las dificultades del aprendizaje de las operaciones básicas con números fraccionarios?

PROBLEMA CIENTÍFICO

Los estudiantes evidencian pocas habilidades o destrezas en las operaciones con números fraccionarios, lo cual involucra el pensamiento numérico. Como lo menciona Alagia (2002), el problema fundamental en la educación matemática se relaciona con la dificultad que tienen las personas en comprenderla, es decir, que no depende necesariamente de los contenidos, sino que el mismo uso del lenguaje, los algoritmos y las aplicaciones de los conceptos matemáticos generan grandes problemáticas en la educación matemática.

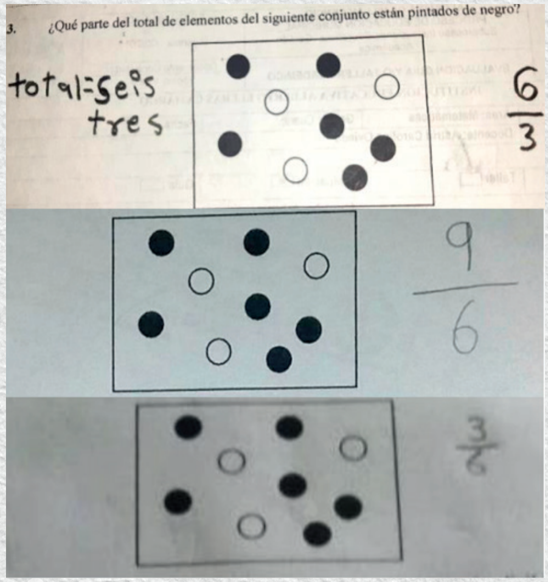
En este sentido el docente debe colmar las expectativas en cuanto a la temática metodológica y fácil entendimiento de la simbología matemática, en pro de una educación que permita la construcción del conocimiento y tenga en cuenta el ritmo de aprendizaje de cada estudiante. De igual manera, debe contribuir a potencializar las habilidades y destrezas que se tienen en cuenta para el área matemática.

METODOLOGÍA

La metodología se enmarca en el enfoque cualitativo, que según Hernández, Fernández y Baptista (2014), utiliza la recolección y análisis de los datos para afinar las preguntas de investigación o revelar nuevos interrogantes en el proceso de interpretación. El diseño es de investigación-acción y, según Elliot (1991), su objetivo se basa en las prácticas educativas y su entendimiento, así como las situaciones en las cuales se dan. La población son 289 estudiantes de cuarto de primaria que hacen parte de la Institución Educativa Alberto Lleras Camargo de la ciudad de Villavicencio. La muestra de referencia está en el 12% con relación a la población objeto de estudio, correspondiente a 35 estudiantes. El muestreo es no probabilístico por conveniencia (o voluntarios); este se usa cuando los posibles partícipes se presentan voluntariamente a necesidad del investigador (Collins et al., 2006) o son seleccionados porque están disponibles y pertenecen a la población objeto de estudio.

Este proyecto consistió en realizar un diagnóstico mediante la aplicación de una prueba diagnóstica, seguido de diseño y aplicación, y se diseñó una secuencia didáctica desde el enfoque de educación matemática realista. Finalmente, se realizó una prueba de salida, con el fin de evaluar el impacto de aplicación del enfoque en la población objeto de investigación. Durante la construcción, aplicación y culminación del proceso investigativo se tuvo en cuenta el anonimato y confidencialidad de los estudiantes de grado cuarto de básica primaria.

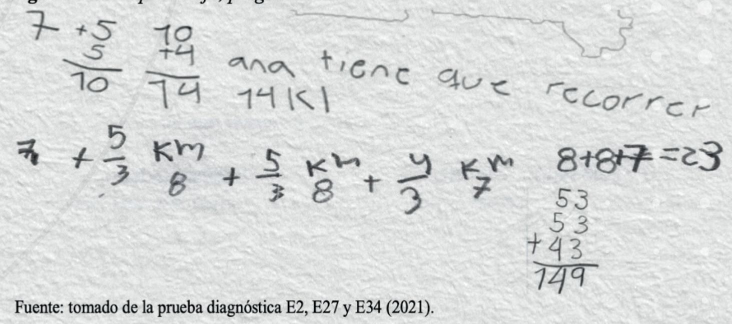
RESULTADOS



En la prueba diagnóstica se establece que los estudiantes no tienen interiorizado el concepto de fracción, dificultando resolver problemas en dicho conocimiento. En tal sentido, González y Eudave (2018) argumentan que dicha situación conlleva a un desafío por parte de los docentes, en generar de manera práctica, el conocimiento sobre fracciones y decimales.

Así mismo, Troya (2018) plantea que los números fraccionarios son parte relevante para el ser humano, considerando que su concepto y representación se convierte en un reto de aprendizaje significativo. También Flores y Martínez (2010), consideran que la construcción de significado de la operación de los números fraccionarios permite saber de qué manera influyen en la forma de operarlos.

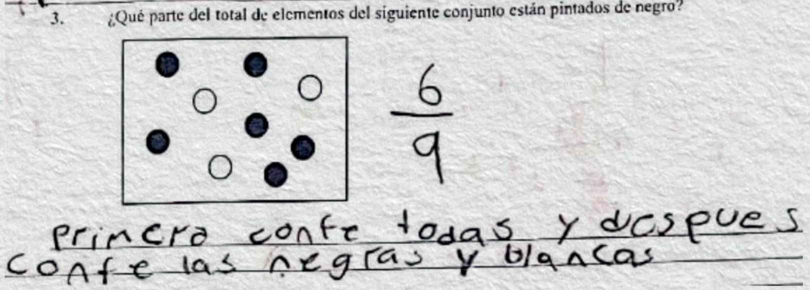
Figura 2 *Desempeño bajo, pregunta 7.*



Fuente: tomado de la prueba diagnóstica E2, E27 y E34 (2021).

De otra parte, se deduce que los estudiantes en esta prueba de salida abordaron con mayor argumentación y profundidad la solución de las preguntas, y emplearon un lenguaje amplio y asertivo respecto al tema. Al igual, se considera mayor competencia en el área de estudio e iniciativa para enfrentarse a situaciones problema, garantizando de esta manera un mejor desempeño, actitud y articulación en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

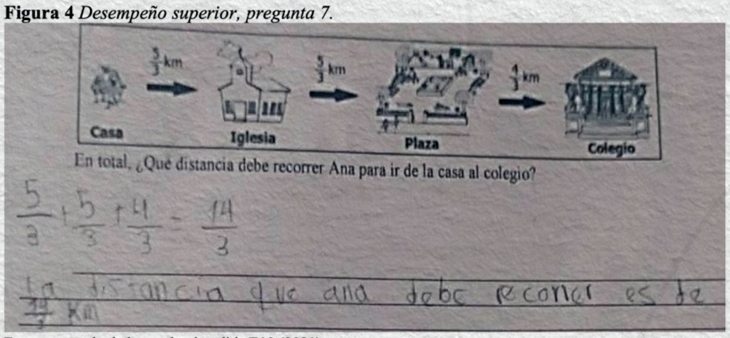
Figura 3 *Desempeño alto, pregunta 3.*



Fuente: tomado de la prueba de salida E2 (2021).

Otro resultado obtenido considera que se requiere establecer competencias en el aula para reconocer e identificar su desempeño, agilidad y razonamiento lógico– matemático. Por tanto, de acuerdo a Freudenthal (1991), en lo que respecta a la matemática realista, los estudiantes tienen la oportunidad de mostrar la competencia matemática y su conceptualización para reconocer y comprender el papel que dicha disciplina desempeña, satisfaciendo las necesidades actuales y futuras en el desempeño constructivo, responsable y reflexivo.

Figura 4 *Desempeño superior, pregunta 7.*



Fuente: tomado de la prueba de salida E19 (2021).

CONCLUSIONES

La educación matemática realista contribuye en solventar las dificultades de operaciones con números fraccionarios desde el uso de contextos realistas y su reflexión en situaciones de interacción, lo cual permite fortalecer el avance en el nivel de matematización. De igual forma, el implementar los modelos del enfoque permite conectar los conocimientos informales de los estudiantes con los de la matemática formal; modelos como: materiales didácticos manipulables (p. ej. modelos de área, manillas para trabajar números y operaciones), situaciones paradigmáticas (como unir porciones de pizzas o partir trozos de chocolate) que permiten trabajar simultáneamente con los significados de las operaciones de suma, resta y multiplicación, o la cantidad de veces que cabe una fracción en otra, para abordar la división, esquemas notacionales y procedimientos simbólicos (como los algoritmos).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alagia, H. (2002). Problemas en Educación Matemática. *Noticiero de la Unión.*

- Collins, K. M., Onwuegbuzie, A. J., & Jiao, Q. G. (2006). Prevalence of mixed-methods sampling designs in social science research. *Evaluation & Research in Education*, *19*(2), 83-101.

- Flores, R. & Martínez, G. (2009). Una construcción de significado de la operatividad de los números fraccionarios. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *22*, 509-516.

- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education.* Dordrecht: Kluwer.

- González Retana, J. F. & Eudave Muñoz, D. (2018). Conocimiento común del contenido del estudiante para profesor sobre fracciones y decimales. *Educación matemática*, *30*(2), 106-139.

- Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (Vol. 6). México: McGraw-Hill.

- Troya García, R. A. (2018). *Números fraccionarios.* [Master's thesis], Universidad Nacional de Educación.

IMPACTO DE LA GAMIFICACIÓN EN LA CREACIÓN DE UNIDADES DIDÁCTICAS POR DOCENTES PRACTICANTES PARA LA ENSEÑANZA DE ESTADÍSTICA EN SECUNDARIA

Brayan Camilo Arango
brayan.arango@unillanos.edu.co
Universidad de los Llanos

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la estadística en secundaria suele enfrentar retos relacionados con la baja motivación de los estudiantes y la complejidad de los conceptos abstractos. Los enfoques tradicionales de enseñanza no siempre logran captar el interés de los alumnos, ni fomentar un aprendizaje profundo. La gamificación, entendida como la aplicación de mecánicas y dinámicas de juego en contextos educativos, ha emergido como una estrategia innovadora para incrementar la participación activa de los estudiantes y mejorar los resultados académicos. Este estudio explora cómo los docentes practicantes, al integrar elementos de gamificación en la creación de unidades didácticas, impactan positivamente en la enseñanza-aprendizaje de la estadística. La intervención realizada en 2023 incluyó pruebas diagnósticas y de salida, con resultados que demuestran mejoras significativas en el rendimiento y la motivación de los estudiantes.

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Cómo influye el uso de la gamificación en la creación de unidades didácticas por docentes practicantes en el rendimiento académico de los estudiantes de secundaria en la enseñanza-aprendizaje de la estadística?

PROBLEMA CIENTÍFICO

El bajo rendimiento en el aprendizaje de la estadística en estudiantes de secundaria puede atribuirse, en parte, a la dificultad de conectar conceptos abstractos con experiencias significativas para los alumnos (Piaget, 1952; Bruner, 1960). Según las teorías del aprendizaje desarrolladas por los autores citados, los estudiantes necesitan un enfoque que relacione los conceptos con situaciones prácticas para facilitar su comprensión. Los enfoques tradicionales centrados en la memorización y repetición de fórmulas, no logran captar la atención ni fomentar una comprensión profunda. Esto genera desmotivación y dificultades en la adquisición de competencias estadísticas. Ante este reto, surge la necesidad de investigar si la gamificación, al incluir elementos lúdicos y motivacionales, puede ser una solución efectiva cuando es aplicada en unidades didácticas diseñadas por docentes practicantes. El problema científico radica en evaluar si esta metodología impacta positivamente tanto en el aprendizaje como en la participación de los estudiantes.

METODOLOGÍA

Se empleó un enfoque cuantitativo con un diseño cuasi-experimental. La muestra incluyó **424** estudiantes de secundaria (6.° a 11.°) en tres instituciones educativas de la ciudad de Villavicencio y quince docentes practicantes. Se aplicaron tres fases: (1) Prueba diagnóstica, para medir los conocimientos previos en estadística; (2) Intervención, con unidades didácticas gamificadas diseñadas por los docentes practicantes, integrando dinámicas de juego; (3) Prueba de salida, para evaluar el impacto de la gamificación en el aprendizaje. Los resultados fueron analizados con estadística descriptiva e inferencial, comparando el rendimiento antes y después de la intervención, junto con encuestas para evaluar la motivación de los estudiantes.

RESULTADOS

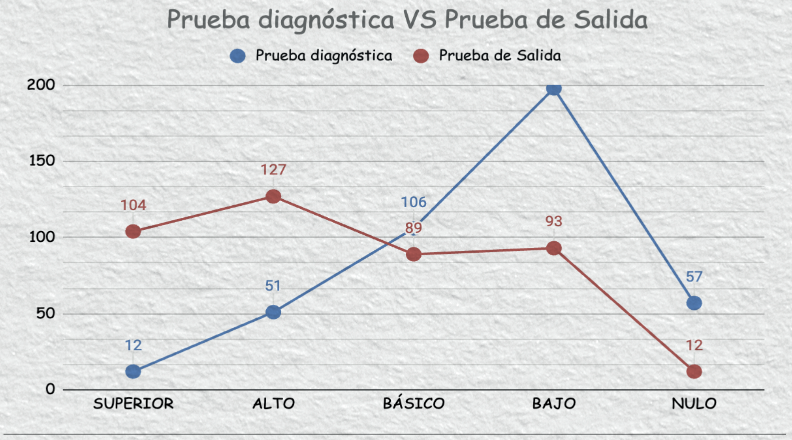


Figura 1. Comparativo de la prueba diagnóstica Vs Prueba de Salida.

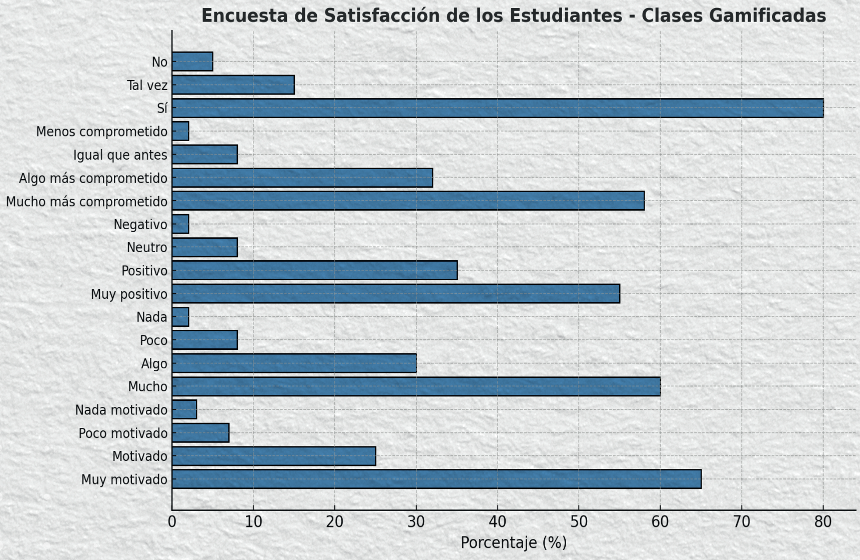


Figura 2. Encuesta de satisfacción.

La gamificación mejoró significativamente el rendimiento académico: el desempeño superior aumentó del 2.8% al 24.5%, y el desempeño alto del 12% al 30%. Los estudiantes en desempeño bajo y nulo se redujeron del 46.7% al 22% y del 13.4% al 2.8%, respectivamente. Además, los docentes practicantes destacaron que la gamificación motivó a los estudiantes, generó una competencia sana y ayudó a reducir la indisciplina en clase. Adicionalmente, la encuesta de satisfacción reveló que el 90% de los estudiantes se sintieron motivados o muy motivados, el 60% consideró que su aprendizaje mejoró significativamente y el 80% recomendaría este método para otras asignaturas. Estos resultados subrayan la efectividad de la gamificación en la mejora del rendimiento y el ambiente de aprendizaje en el aula.

CONCLUSIONES

La implementación de la gamificación en la enseñanza de la estadística mejoró significativamente el rendimiento académico de los estudiantes, evidenciado por un incremento del 21.6% en el desempeño superior y una reducción del 24.7% en el desempeño bajo. La encuesta de satisfacción mostró que el 90% de los estudiantes se sintieron motivados, reflejando un ambiente de aula más participativo y controlado.

Las implicaciones prácticas sugieren que la gamificación es una herramienta efectiva para potenciar el aprendizaje y mejorar la disciplina en el aula. Para el futuro, se recomienda explorar su aplicación en otras materias y capacitar a los docentes en su implementación, para maximizar sus beneficios.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Batanero, C., Godino, J. D., & Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of Statistics Education, 12*(1).

- Kapp, K. M. (2012). *The gamification of learning and instruction: Game-based methods and strategies for training and education.* Pfeiffer.

- Zhang, C. W., Hurst, B. & McLean, A. (2016). How fast is fast enough? Education students' perceptions of email response time in online courses. *Journal of Educational Technology Development and Exchange (JETDE), 9*(1), 1.

APORTES DE LA MOTIVACIÓN EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMATICAS EN ESTUDIANTES DE SECUNDARIA

Greis Juliana Bran[1], Jesús Alejandro Murcia[2]
[1]greis.bran@unillanos.edu.co,[2]jamurcia@unillanos.edu.co
[1,2]Universidad de los Llanos

INTRODUCCIÓN

En el ámbito educativo el aprendizaje de las matemáticas ha generado interés y preocupación constante, dado su impacto en el desarrollo académico y cognitivo de los estudiantes. No obstante, una parte del alumnado enfrenta dificultades en esta área, lo que subraya la necesidad de implementar estrategias pedagógicas efectivas que promuevan su motivación y mejoren su rendimiento. La presente investigación se enfoca en analizar el papel de la motivación en el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de sexto, séptimo y noveno grado de la Institución Educativa Nuestra Señora de la Paz de Villavicencio, durante el tercer y cuarto periodo académico. El estudio se realizará mediante actividades diseñadas para incentivar la motivación, apoyadas por tecnologías de la información y comunicación (TIC), con el fin de generar un entorno participativo que fomente el compromiso activo de los estudiantes.

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

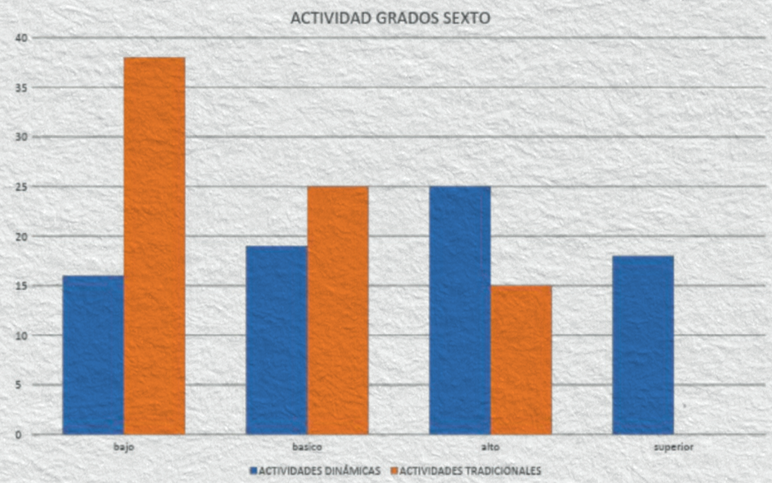
¿Qué aportes hace la motivación en el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Nuestra Señora de la Paz?

PROBLEMA CIENTÍFICO

Surge a partir de la observación de diversas prácticas educativas, al evidenciar cómo los estudiantes abordan la asignatura de matemáticas con desmotivación y pereza. A pesar de los avances del siglo XXI y la disponibilidad de una amplia variedad de recursos educativos, la enseñanza de las matemáticas sigue en muchos casos anclada en un enfoque tradicional y rígido. Esta situación evidencia una carencia en el conocimiento sobre estrategias efectivas que fomenten la motivación en el aula. En respuesta a esta problemática, el proyecto busca investigar cómo motivar a los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas mediante el uso de tecnologías de la información y la comunicación (TIC) y la implementación de actividades que trascienden la metodología tradicional basada en la escritura en el tablero y el cuaderno.

RESULTADOS

Las actividades implementadas en los grados sexto, séptimo y noveno incluyen una variedad de estrategias didácticas diseñadas para fomentar la participación activa de los estudiantes y mejorar su aprendizaje en matemáticas. En sexto, se utilizan plataformas educativas como *Wordwall*, *Educaplay* y *Cerebriti*, junto con talleres grupales e interactivos que incorporan crucigramas. En séptimo, se introducen actividades como la "Carrera de proporciones inversas" para abordar magnitudes inversamente proporcionales, el "Bingo estadístico" para estudiar las medidas de tendencia central, así como talleres escritos sobre área y volumen, complementados con plataformas educativas. En noveno, se emplea la ruleta virtual, se promueven competencias por filas en plataformas educativas para fomentar el trabajo colaborativo y se utiliza material tangible para resolver sistemas de ecuaciones lineales, permitiendo a los estudiantes buscar soluciones a estos sistemas. Todas estas actividades son evaluadas de manera cualitativa y cuantitativa.



CONCLUSIONES

Las actividades dinámicas como juegos y proyectos colaborativos, incrementaron el interés y la participación de los estudiantes enriqueciendo su experiencia de aprendizaje. La combinación de motivación y las TIC permitió el acceso a recursos educativos variados, lo que mejoró el rendimiento académico. Además, las herramientas tecnológicas facilitaron la comprensión de conceptos complejos y promovieron la práctica continua, resultando en una mejora notable en los resultados.

Una recomendación a futuro es la importancia de investigar la motivación en diversos contextos educativos y factores como la autoeficacia y el apoyo familiar, además de explorar nuevas formas de integrar la tecnología en el aula para fomentar el interés de los estudiantes en las matemáticas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alsina Pastells, Á., & Domingo, M. (2007). *Cómo aumentar la motivación para aprender matemáticas*. Suma.

- García-Allen, J. (2018). *Tipos de motivación: las 8 fuentes motivacionales*. Psicología y mente. https://psicologiaymente. net/psicologia/tipos-de-motivacion

- Muñoz, L. L. (2004). La motivación en el aula. *Pulso, Revista de Educación*, (27), 95-110.

DESCUBRE EL PODER DEL MODELO DE VAN HIELE EN LA ENSEÑANZA DE ÁREAS Y VOLÚMENES: ¡UN ENFOQUE QUE TRANSFORMA EL APRENDIZAJE GEOMÉTRICO!

Andrea Gisella Barrera[1], Juan Diego Perdomo[2]
[1]agbarrera@unillanos.edu.co, [2]jdperdomo@unillanos.edu.co
[1,2]Universidad de los Llanos

INTRODUCCIÓN

Esta unidad didáctica diseñada para las instituciones Abraham Lincoln y Arnulfo Briceño Contreras de Villavicencio, busca mejorar la enseñanza de la geometría. Se enfoca en cultivar el pensamiento crítico, la comprensión profunda y las habilidades esenciales para los futuros ciudadanos, a través de sesiones didácticas y lúdicas que integren tanto elementos prácticos como tecnológicos. La competencia fundamental que se busca instaurar en los estudiantes es la colaboración en equipo, orientada por un criterio reflexivo en sus acciones y el aprovechamiento eficiente de los recursos disponibles.

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Cómo influye la aplicación del modelo de Van Hiele en la comprensión y el aprendizaje del cálculo de áreas y volúmenes en estudiantes de educación básica y media?

PROBLEMA CIENTÍFICO

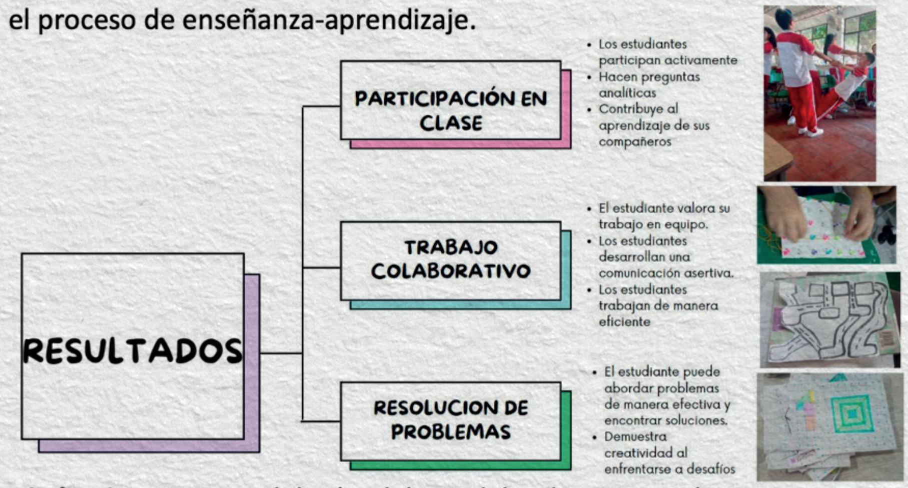
Desde hace varios años, la geometría ha sido reconocida como un campo de gran relevancia en el desarrollo de descubrimientos, proporcionando una variedad de proyectos en diversas áreas. Esta disciplina constituye una rama que favorece el pensamiento espacial, lógico, creativo, deductivo, y funge como una fuente para la resolución de problemas. Sin embargo, en el último tiempo ha sido un área relegada y poco desarrollada en el ámbito educativo. Por ello, surge la necesidad imperante de reestructurar la enseñanza mediante metodologías y estrategias innovadoras. Con el objetivo de respaldar esta reestructuración, se propone la implementación de una unidad didáctica dirigida a estudiantes de séptimo y octavo grado, centrada en el uso y comprensión de propiedades y conceptos fundamentales. Como agentes transformadores de la educación, se busca innovar mediante la utilización de materiales y recursos didácticos, con el fin de hacer accesible y comprensible el aprendizaje de la geometría.

METODOLOGÍA

La metodología propuesta busca mejorar el nivel de pensamiento geométrico de los estudiantes, de acuerdo con el modelo de Van Hiele, progresando del Nivel 0 al Nivel 1. Para ello, se utiliza una secuencia didáctica basada en las fases de Van Hiele y la propuesta de Monsalve (2016), que combina experimentación y trabajo práctico.

RESULTADOS

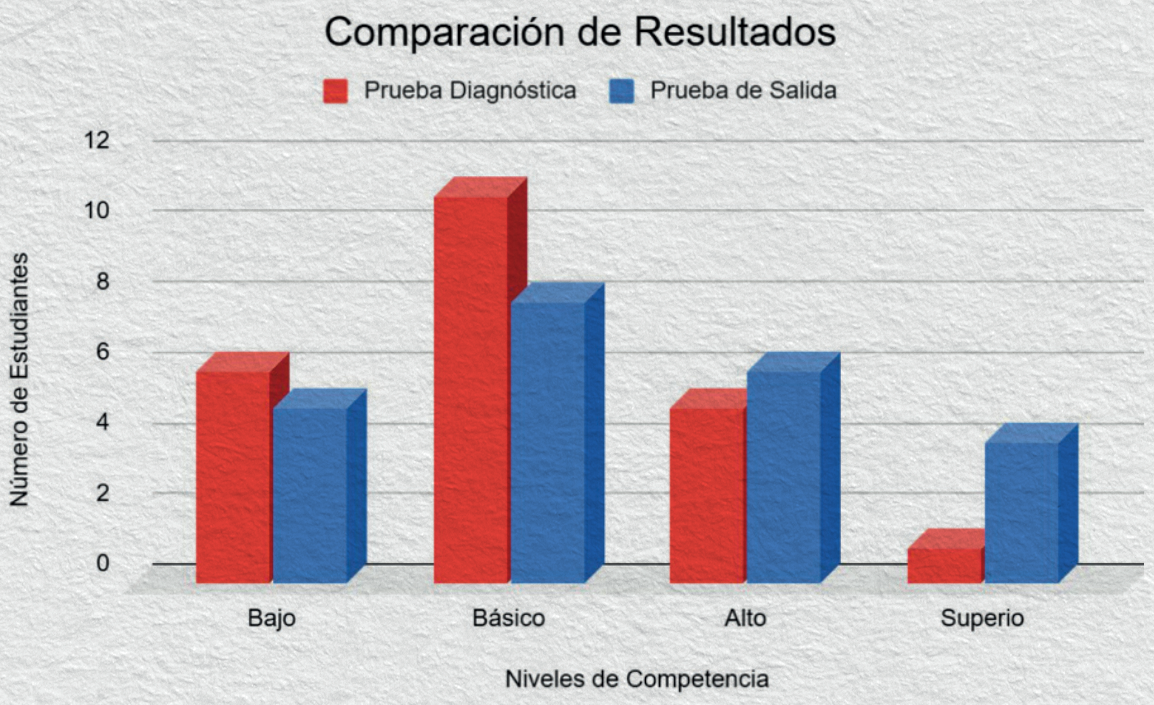
La implementación de metodologías, estrategias y recursos fue parte fundamental de la creación y diseño de la unidad didáctica, la cual, nunca estuvo orientada hacia aquello que los docentes en formación estuvieran en capacidad de explicar, sino más bien, lo que los estudiantes fueran capaces de aprender. Por ello, se focalizó en crear experiencias, actividades y estrategias que facilitaran e involucraran a los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje.



Hipótesis: *La metodología del Modelo de Van Hiele, genera una mejoría en las notas de los estudiantes y el promedio de los resultados en la prueba de salida, es superior a los obtenidos en la prueba de entrada.*

Al aplicar un test para variables independientes cualitativas, se determinó con un nivel de significación del 5%, que existe evidencia para afirmar que el método fue un éxito, puesto que el test arroja resultados positivos en favor de la hipótesis.

Existe un resultado más significativo, el cual es el progreso al Nivel 1 de Van Hiele por parte de los estudiantes, al ser capaces de utilizar propiedades y teoremas para resolver problemas o debatir sobre sus soluciones, como puede evidenciarse en la evaluación final para ambos grados, siendo esta una evidencia del éxito de la metodología, que es intrínseca en el desarrollo de las sesiones.



CONCLUSIONES

La práctica se encaminó a una nueva faceta de la enseñanza de las matemáticas, centrando el aprendizaje en los estudiantes, usando metodologías no tradicionales como la geometría dinámica con GeoGebra y el modelo de Van Hiele para un aprendizaje secuencial. La integración del contexto social y cultural de los estudiantes facilita un aprendizaje significativo. Se destaca la importancia de la enseñanza colaborativa, alejándose del uso excesivo del tablero. La comunicación entre estudiantes refuerza el conocimiento. Se recomienda investigar el impacto de recursos tecnológicos accesibles y su potencial como herramientas de apoyo en el aprendizaje de los estudiantes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Fabres Fernández, R. (2016). Estrategias metodológicas para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, utilizadas por docentes de segundo ciclo, con la finalidad de generar una propuesta metodológica atingente a los contenidos. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, *42*(1), 87-105.

- Monsalve Madrigal, C. M. (2017). *Una propuesta didáctica para la enseñanza del concepto de triángulo y sus propiedades básicas en el grado séptimo de la Institución Educativa Diego Echavarría Misas del municipio de Medellín*. Facultad de Ciencias.

- Vargas, G. V. & Araya, R. G. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. *Uniciencia*, *27*(1), 74-94.

LAS MATEMÁTICAS DETRÁS DEL TEJIDO A CROCHÉ

Luisa Acosta Rodríguez[1], Yineth Lyzeth Fuentes[2]
[1]lacostar@unillanos.edu.co, [2]ylfuentes @unillanos.edu.co
[1,2]Universidad de los Llanos

INTRODUCCIÓN

En los últimos años ha crecido el interés por investigar cómo las matemáticas se integran en diversas prácticas culturales, tales como la elaboración de artefactos artesanales. En este informe, se examina cómo una tejedora a croché emplea herramientas matemáticas, específicamente de la geometría y la aritmética, en la creación de gorros y zapatos. La elaboración de tejidos a croché requiere un dominio de la simetría y el uso de sistemas de medición, elementos que, aunque no siempre convencionales, son fundamentales en su trabajo. Así, se evidencia la relevancia de las matemáticas en labores artesanales cotidianas.

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Cómo se aplican las herramientas matemáticas, como la simetría y los sistemas de medición, en el proceso de elaboración artesanal de gorros y zapatos a croché?

PROBLEMA CIENTÍFICO

Este estudio investiga la relación entre las matemáticas y la técnica del tejido a croché, que ha resurgido en la actualidad entre las generaciones jóvenes. Aunque el croché es una forma de arte, también implica conceptos matemáticos esenciales como medidas, simetría y patrones geométricos. Sin embargo, hay una falta de conocimiento sobre cómo estos conceptos se aplican en la práctica del tejido y su enseñanza.

La relevancia de este problema radica en la oportunidad de explorar la conexión entre las matemáticas y las prácticas culturales, ofreciendo un enfoque etnomatemático que puede enriquecer la educación matemática. Además, se justifica por la necesidad de integrar técnicas tradicionales en el currículo educativo, facilitando un aprendizaje significativo. Se espera que los hallazgos amplíen el conocimiento sobre la etnomatemática y promuevan una apreciación más profunda de las habilidades matemáticas en actividades artísticas como el tejido a croché.

METODOLOGÍA

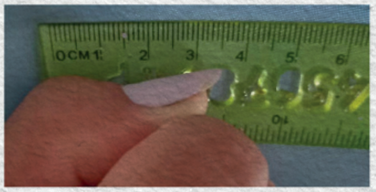
La metodología de esta investigación sigue un enfoque cualitativo interpretativo, utilizando un diseño descriptivo centrado en un estudio de caso con una tejedora a croché. Se optó por la recolección de datos a través de una entrevista semiestructurada, que permitió explorar la aplicación de herramientas matemáticas, como la simetría y el uso de medidas no convencionales, en la elaboración de gorros y zapatos. La metodología incluyó observación no participante para documentar el lenguaje y los patrones de trabajo de la tejedora, y un análisis de contenido para contrastar las respuestas obtenidas con los hallazgos observacionales. Se garantizó el consentimiento informado y la confidencialidad de los datos, destacando la relevancia de las matemáticas en las prácticas culturales y artesanales.

RESULTADOS

En esta sección se presentan los resultados de la entrevista con la tejedora, con un enfoque en las medidas no convencionales y el uso de la simetría en sus creaciones. Los productos más destacados que elabora la tejedora son botines y gorros. Las técnicas empleadas, basadas en la separación por "dedos" y otras medidas no convencionales, son únicas y evidencian su experiencia y creatividad. Se documentaron las equivalencias de estas unidades no convencionales, que incluyen las siguientes:

Cuarta 20 cm

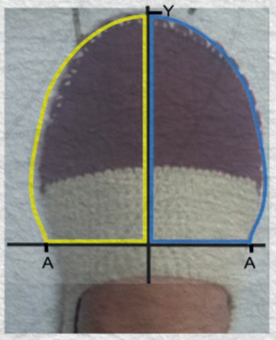
Jeme 15,5 cm



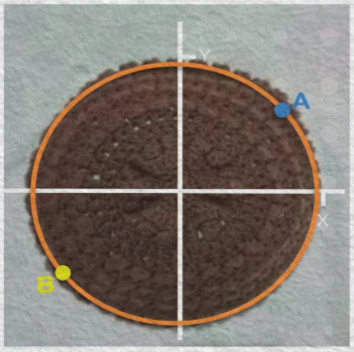
Pulgada 3 cm

Dedos 7cm

La simetría es un elemento clave en sus diseños. Los botines presentan simetría axial, en la que la figura se refleja respecto a un eje. En los gorros, la simetría central organiza las partes del tejido alrededor de un punto central, manteniendo una disposición equilibrada.



Simetría axial



Simetría central

El uso de estas medidas no estándar y principios de simetría ofrece una conexión directa con conceptos matemáticos, lo que aporta relevancia educativa y práctica.

CONCLUSIONES

En conclusión, esta investigación destaca cómo la tejedora a croché aplica herramientas matemáticas, como la simetría y medidas no convencionales en su arte, revelando la conexión entre las matemáticas y las prácticas cotidianas. A través de entrevistas y observaciones cualitativas, se ha evidenciado que estas habilidades no solo enriquecen su trabajo, sino que también ofrecen una valiosa oportunidad para mejorar la enseñanza de las matemáticas, al incorporar experiencias artesanales en el currículo escolar. Se sugiere realizar investigaciones adicionales sobre otras prácticas culturales y su relación con las matemáticas, así como explorar cómo integrar estos conocimientos en el aula para promover una educación más inclusiva y contextualizada.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural* (Vol. 49). Grupo Planeta (GBS).
- D'Ambrosio, U. (2009). Etnomatemática e história da Matemática. *Etnomatemática: novos desafíos teóricos e pedagógicos.* Brasil: Editora da UFF.
- Ortega, A. O. (2018). Enfoques de investigación. *Métodos para el diseño urbano–Arquitectónico, 1*, 9-10.

TAXONOMÍA DE ÓRBITAS EN LOS PROBLEMAS RESTRINGIDO DE TRES Y CUATRO CUERPOS

Fredy L. Dubeibe[1], Karen D. Arias[2], Fernanda Mesa[3]
[1]fdubeibe@unillanos.edu.co, [2]kdarias@unillanos.edu.co, [3]sfmesa@unillanos.edu.co
[1,2,3]Universidad de los Llanos

INTRODUCCIÓN

El problema general de n cuerpos busca determinar las trayectorias y posiciones de un conjunto de cuerpos bajo la influencia de la atracción gravitatoria. En el caso más simple, con interacciones entre dos cuerpos masivos, se obtiene una solución exacta usando las leyes de Newton, resultando en órbitas elípticas, parabólicas, hiperbólicas y circulares. Para los casos $n \geq 3$ no existe una solución analítica general, debido a la complejidad de las ecuaciones de movimiento.

En esta investigación se aborda la dinámica del problema de cuatro cuerpos bicircular restringido en el contexto del sistema Sol-Tierra-Luna-Satélite. El objetivo principal es realizar una comparación con el problema circular restringido de tres cuerpos Tierra-Luna-Satélite. Se busca deducir la formulación del modelo correspondiente al problema de cuatro cuerpos bicircular restringido, clasificar las órbitas descritas por el sistema en categorías como regulares, de escape y de colisión, y comparar las trayectorias orbitales del cuerpo más pequeño en el problema bicircular restringido no perturbado, y el problema circular restringido de tres cuerpos.

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Qué diferencias existen en la clasificación orbital del problema bicircular restringido de cuatro cuerpos y el problema circular restringido de tres cuerpos en el contexto del sistema Sol-Tierra-Luna-Satélite?

PROBLEMA CIENTÍFICO

La literatura sobre el problema de tres cuerpos y su simplificación, el problema circular restringido de tres cuerpos, es extensa y se ha documentado en numerosos libros de mecánica celeste. Por otra parte, en los años 60 de Almeida & de Almeida (2022) plantean que el problema de cuatro cuerpos se puede reducir al problema restringido de tres cuerpos con una perturbación, donde el parámetro de perturbación es la masa del tercer cuerpo dividida entre el cubo distancia a uno de los cuerpos primarios.

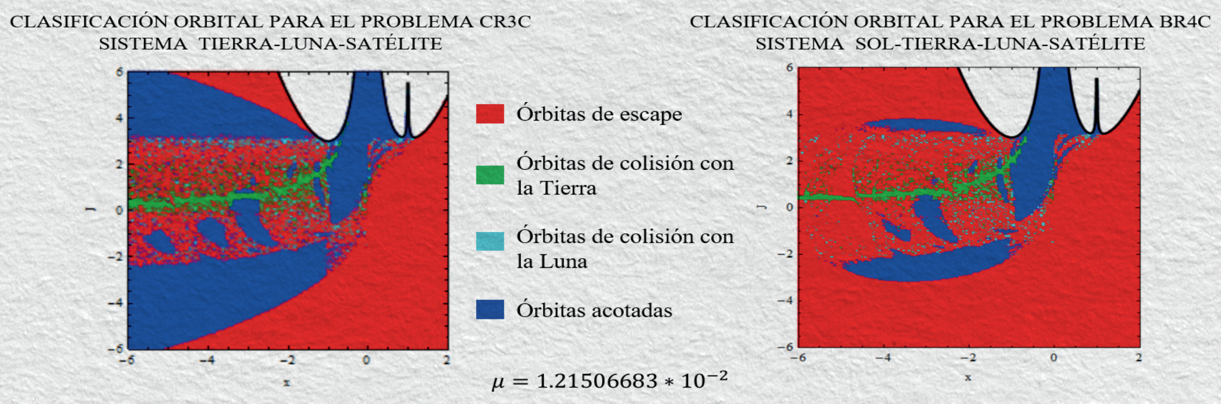
En este estudio se busca realizar un análisis del efecto que tiene el uso de dos modelos aparentemente diferentes en la dinámica del sistema Sol-Tierra-Luna-Satélite usando específicamente el problema circular restringido de tres cuerpos newtoniano y el problema bicircular restringido de cuatro cuerpos.

METODOLOGÍA

Este trabajo de grado se inscribe en la Línea de Investigación de Matemáticas, Física y Estadística, aprobada por la Facultad de Ciencias Humanas y de la Educación. Esta línea de investigación pertenece al área de saber específico y formación básica del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de los Llanos. El enfoque de la investigación es de tipo básico, con una metodología teórica que emplea herramientas analíticas de la matemática aplicada a los sistemas dinámicos y el uso de *software* computacional. Los cálculos fueron realizados en un computador portátil con 8 GB de RAM y un procesador Intel Core de onceava generación.

Para llevar a cabo esta investigación, se desarrolló el siguiente proceso metodológico: primero, se realizó una revisión exhaustiva de la literatura relacionada con el problema de pocos cuerpos. Posteriormente, se reprodujeron los cálculos de las ecuaciones de movimiento para el problema de cuatro cuerpos bicircular restringido. A continuación, se llevaron a cabo los cálculos de existencia y estabilidad de los puntos fijos del sistema, así como las zonas de movimiento permitido. Después, se procedió a clasificar las órbitas resultantes en regulares, caóticas y de colisión. Finalmente, se realizó un análisis detallado de los resultados obtenidos, concluyendo con la redacción y presentación del presente trabajo.

RESULTADOS



En este trabajo se realizó una comparación entre el problema circular restringido de tres cuerpos (CR3BP) y el problema bicircular restringido de cuatro cuerpos (BR4BP), enfocándose en el análisis de los puntos fijos, las zonas de velocidad y movimiento permitido, y la clasificación de las órbitas de partículas de prueba. El CR3BP se utiliza para estudiar el movimiento de un satélite en el sistema Tierra-Luna, mientras que el BR4BP añade la influencia del Sol a dicho sistema. A pesar de las diferencias entre los modelos, ambos presentan la misma cantidad de puntos fijos de Lagrange, aunque con variaciones leves en la posición de los puntos fijos triangulares y colineales. Las desviaciones en la posición de los puntos fijos son del orden de 10^{-3} para los triangulares y varían entre 10^{-3} y 10^{-4} para los colineales. Respecto a la estabilidad, se observó que los puntos fijos triangulares son estables en ambos modelos, mientras que los colineales resultaron inestables, lo que indica que la influencia del Sol en el BR4BP no altera significativamente la estabilidad de los puntos de Lagrange.

En cuanto a las zonas de velocidad cero y movimiento permitido, no se encontraron diferencias importantes entre ambos problemas, a pesar de la inclusión del parámetro adicional en el BR4BP. En ambos modelos, el primer valor crítico de la constante de Jacobi permite el movimiento libre de la partícula en toda el área, mientras que en los valores críticos más altos, aparecen zonas de movimiento prohibido alrededor de áreas circulares de movimiento permitido. Además, en las zonas donde solo se permite el movimiento, se presentan órbitas de escape y, cuando aparecen zonas prohibidas, surgen órbitas periódicas. La clasificación orbital muestra una mayor presencia de órbitas acotadas en el CR3BP en comparación con el BR4BP, mientras que en el BR4BP hay más órbitas no acotadas o de escape, lo que sugiere que la inclusión del Sol afecta considerablemente la clasificación orbital.

CONCLUSIONES

La presencia del Sol no altera significativamente la clasificación de las órbitas del satélite alrededor del sistema Tierra-Luna, excepto por las órbitas acotadas y no acotadas. Se observó que muchas órbitas previamente consideradas acotadas en el problema CR3C ahora se convierten en órbitas de escape en el problema BR4C, atribuible a un término adicional en las ecuaciones del problema BR4C interpretado como una pequeña perturbación. Además, se demostró que, aunque el sistema Sol-Tierra-Luna-Satélite no es conservativo inicialmente, puede ser analizado en términos de cantidades cuasi-conservativas mediante un nuevo parámetro k, lo que facilita una mejor comprensión de su dinámica y propiedades fundamentales. Por último, se encontró que las zonas de velocidad cero y movimiento permitido no varían significativamente entre ambos sistemas, y que los puntos fijos colineales y no colineales del sistema Tierra-Luna-Satélite muestran una estabilidad relativa en ambos sistemas, lo que sugiere su robustez.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alrebdi, H. I., Dubeibe, F. L. & Zotos, E. E. (2022). On the equilibria of the restricted three-body problem with a triaxial rigid body, II: prolate primary. *Results in Physics*, *38*, 105623.

- de Almeida Junior, A. K. & de Almeida Prado, A. F. B. (2022). Comparisons between the circular restricted three-body and bi-circular four body problems for transfers between the two smaller primaries. *Scientific Reports*, *12*(1), 4148.

- Moneer, E. M., Dubeibe, F. L., Allawi, Y. M., Alanazi, M. M., Hinse, T. C. & Zotos, E. E. (2023). Classification of Trajectories in a Two-planet Exosystem Using the Generalized Three-body Problem. *The Astrophysical Journal*, *952*(2), 104.

- Osorio-Vargas, J. E., González, G. A. & Dubeibe, F. L. (2020). Equilibrium points and basins of convergence in the triangular restricted four-body problem with a radiating body. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, *30*(02), 2030003.

- Qian, Y. J., Yang, L. Y., Yang, X. D. & Zhang, W. (2018). Parametric stability analysis for planar bicircular restricted four-body problem. *Astrodynamics*, *2*, 147-159

- Zotos, E. E. & Dubeibe, F. L. (2018). Orbital dynamics in the post-Newtonian planar circular restricted Sun–Jupiter system. *International Journal of Modern Physics D*, *27*(04), 1850036.

- Zotos, E. E., Dubeibe, F. L. & González, G. A. (2018). Orbit classification in an equal-mass non-spinning binary black hole pseudo-Newtonian system. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, *477*(4), 5388-5405.

ENSEÑANZA DEL ÁLGEBRA

[1]Mónica Segura Bonilla, [2]Yinari Patricia Quevedo
[1]msegura@unillanos.edu.co, [2]ypquevedo@unillanos.edu.co
[1,2]Universidad de los Llanos

INTRODUCCIÓN

La enseñanza del álgebra para el grado octavo se fundamenta en el aprendizaje constructivista y la metodología de aula invertida, enfocada en que los estudiantes construyan su propio conocimiento, a partir de la interacción con el contenido y las actividades prácticas. Los temas abordados incluyen división de polinomios, suma, resta, multiplicación y división de fracciones algebraicas, ecuaciones de primer grado, dominio y rango, función lineal y afín y sus aplicaciones. Con esta metodología, se busca que los estudiantes desarrollen un aprendizaje autónomo, aplicando los conocimientos matemáticos en problemas concretos y colaborando activamente con sus compañeros para consolidar sus habilidades.

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Cómo contribuye la combinación del aprendizaje constructivista y la metodología de aula invertida al desarrollo de competencias algebraicas en estudiantes de grado octavo?

PROBLEMA CIENTÍFICO

El aprendizaje del álgebra es un reto para muchos estudiantes debido a la naturaleza abstracta de los conceptos. Se ha observado que, con métodos tradicionales, los alumnos tienden a memorizar procedimientos sin comprender profundamente el razonamiento detrás de ellos, lo que afecta su capacidad para resolver problemas en diferentes contextos. Este proyecto busca investigar cómo un enfoque constructivista apoyado por la metodología de aula invertida, puede mejorar la comprensión conceptual y la aplicación del álgebra.

METODOLOGÍA

La metodología utilizada en este proyecto se basa en la combinación de enfoques didácticos que integran el aprendizaje activo, el constructivismo y el uso del aula invertida. En primer lugar, se promueve el aprendizaje autónomo y el compromiso de los estudiantes a través de la exploración previa de los temas mediante una plataforma de ambiente virtual de aprendizaje (AVA), lo que les permite adquirir una comprensión inicial antes de la clase. Durante las sesiones presenciales, los alumnos se enfocan en actividades de aplicación y ampliación de los conocimientos, facilitando la interacción entre ellos y fomentando la colaboración para resolver problemas algebraicos. Este enfoque permite que los estudiantes lleguen a las clases preparados y listos para aplicar lo aprendido de manera práctica.

Además, el aula invertida y el enfoque constructivista ofrecen una estructura en la que los estudiantes son responsables de construir su propio conocimiento, mediante la resolución de problemas y el trabajo en equipo. Este modelo no solo mejora la comprensión conceptual de los temas algebraicos, sino que también fomenta la autonomía y el compromiso en su aprendizaje. Las actividades en clase, diseñadas para aplicar y ampliar lo estudiado previamente, refuerzan la capacidad de los estudiantes para enfrentar desafíos algebraicos y promueven la clasificación y análisis de las diversas estrategias utilizadas para resolver problemas. En conjunto, estas estrategias facilitan el desarrollo de competencias algebraicas, impulsando el aprendizaje activo y significativo.

RESULTADOS ESPERADOS

Los resultados esperados de la implementación de esta metodología incluyen una mejora significativa en la comprensión conceptual del álgebra, fundamentada en el enfoque constructivista de Piaget (1970), que permite a los estudiantes construir su propio conocimiento mediante la interacción activa con los contenidos. Esta interacción fomenta un aprendizaje más profundo y significativo, favoreciendo la internalización de los conceptos algebraicos de manera efectiva.

Asimismo, se espera un incremento en la participación activa de los estudiantes, de acuerdo con las teorías de Vygotsky (1978), quien resalta el valor del aprendizaje colaborativo y social en el desarrollo cognitivo. La metodología del aula invertida facilita este tipo de interacción, promoviendo un entorno donde los estudiantes se involucren activamente en su proceso de aprendizaje. Finalmente, se prevé un desarrollo en las habilidades de pensamiento crítico y resolución de problemas, ya que, como indican Bergmann y Sams (2012), el aula invertida permite que los estudiantes no solo apliquen el conocimiento adquirido, sino que también lo analicen, lo cual fortalece su autonomía y fomenta el pensamiento crítico.

CONCLUSIONES

La implementación de una unidad didáctica basada en el aprendizaje constructivista y la metodología de aula invertida, tiene el potencial de transformar la enseñanza del álgebra en grado octavo. Este enfoque fomenta una comprensión más profunda y duradera, promueve la autonomía en el aprendizaje, y facilita la adquisición de habilidades necesarias para enfrentar desafíos matemáticos más avanzados. Además, al utilizar el aula invertida, se maximiza el tiempo de clase, permitiendo a los estudiantes aplicar lo aprendido en situaciones prácticas, fortaleciendo así el aprendizaje colaborativo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bergmann, J. & Sams, A. (2012). *Flip Your Classroom: Reach Every Student in Every Class Every Day*. International Society for Technology in Education.

- Piaget, J. (1970). *The Theory of Constructivism*. Routledge.

- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes* (Vol. 86). Harvard University Press.

ANÁLISIS DE LAS OLIMPIADAS EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA DE LA UNILLANOS NIVEL 2

Nasly Y. Martínez[1], Jorge Alzate[2]
[1]nmartinez@unillanos.edu.co, [2]jorge.alzate@unillanos.edu.co
[1,2]Universidad de los Llanos

INTRODUCCIÓN

El documento que se presenta a continuación, sintetiza el análisis de las respuestas dadas por los participantes en las Olimpiadas de Matemáticas y Física que realizó la Universidad de los Llanos para la vigencia 2023. Se indagan los resultados en la ronda clasificatoria y final, únicamente para los participantes en el nivel 2, que corresponde a matemáticas de grados 6.° y 7.°. El programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de los Llanos, en el año mencionado, realizó la versión XX de las olimpiadas en matemáticas y XVI en física, en las sedes de Villavicencio (campus Barcelona) y Granada (Campus Boaquemonte). Se realizó la clasificación de cada una de las preguntas por tipo de pensamiento establecidos por el Ministerio de Educación Nacional, para los cuadernillos de las pruebas clasificatoria y final.

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Cómo fue el desempeño de los estudiantes participantes en el nivel 2, en la ronda clasificatoria y final por tipos de preguntas en el año 2023?

PROBLEMA CIENTÍFICO

La investigación se basó en el seguimiento y análisis al proyecto de proyección social: "Fortalecimiento de las competencias físico-matemáticas en la educación básica, media y universitaria"; para ello se inició con la propuesta, la cual pretendía hacer un análisis de los resultados de los participantes, tanto en la ronda clasificatoria como en la final, en el nivel 2. Es importante señalar que un aporte de las matemáticas se refleja en la construcción de pensamiento analítico, el cual se basa en la resolución de problemas, y es precisamente en ese campo en el que las olimpiadas hacen su contribución.

Por medio de los resultados obtenidos tanto en la prueba clasificatoria como final, se analizó el planteamiento de las preguntas por tipo de pensamiento, y las respuestas correctas de los estudiantes, para apreciar en cuál presentaban mayor porcentaje de acierto. Teniendo como insumo los resultados del presente trabajo, se puede proyectar el análisis para los otros niveles de la competencia, proponiendo una investigación de corte longitudinal.

METODOLOGÍA

El enfoque de esta investigación fue cuantitativo y el alcance descriptivo, ya que por medio de la recolección de información de manera conjunta, se realizó un análisis a los resultados de un grupo de estudiantes de grados 6.° y 7.°, que participaron las Olimpíadas XX en Matemáticas y XVI en Física en la fase clasificatoria y final organizada por la Universidad de los Llanos. Se tomaron como instrumentos de información los cuadernillos de ambas pruebas.

La realización del proyecto se llevó a cabo de acuerdo a cuatro fases: revisión de fuentes de información, revisión de cuadernillos, categorización de las respuestas y análisis de las fases anteriores.

RESULTADOS

En esta sección se mostrarán los resultados más relevantes sobre la prueba clasificatoria y final.

Prueba clasificatoria: el 57% de las preguntas de la prueba pertenecían a un pensamiento numérico. En la siguiente figura se pueden observar las respuestas dadas por los participantes.

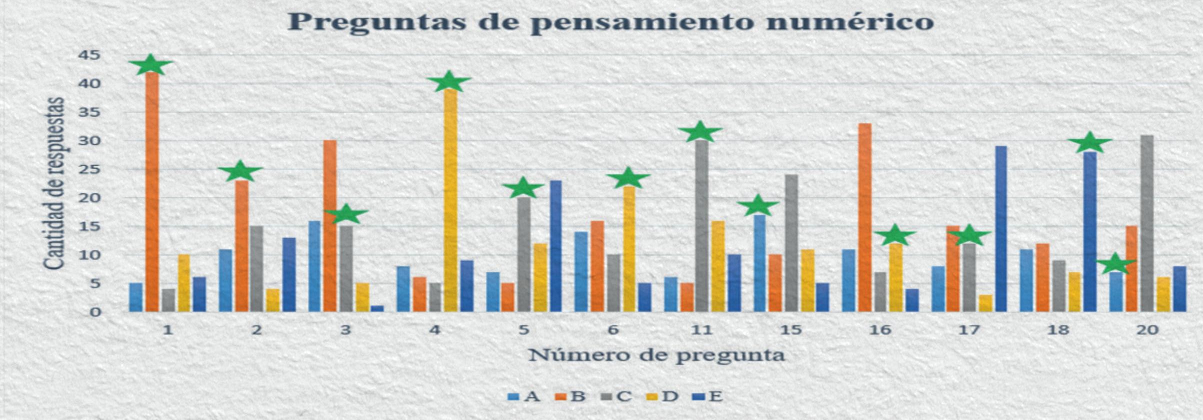


Figura 1. Respuestas a las preguntas de pensamiento numérico en la prueba clasificatoria.

En la figura anterior se encuentran representadas las preguntas de pensamiento numérico, y se puede observar que en el 50% de las preguntas, las respuestas correctas obtuvieron la mayor cantidad de elecciones.

Prueba final: el mayor porcentaje de pensamiento por pregunta pertenece nuevamente al pensamiento numérico, con un 67%. En la siguiente figura se observan las opciones seleccionadas por pregunta entre los estudiantes.

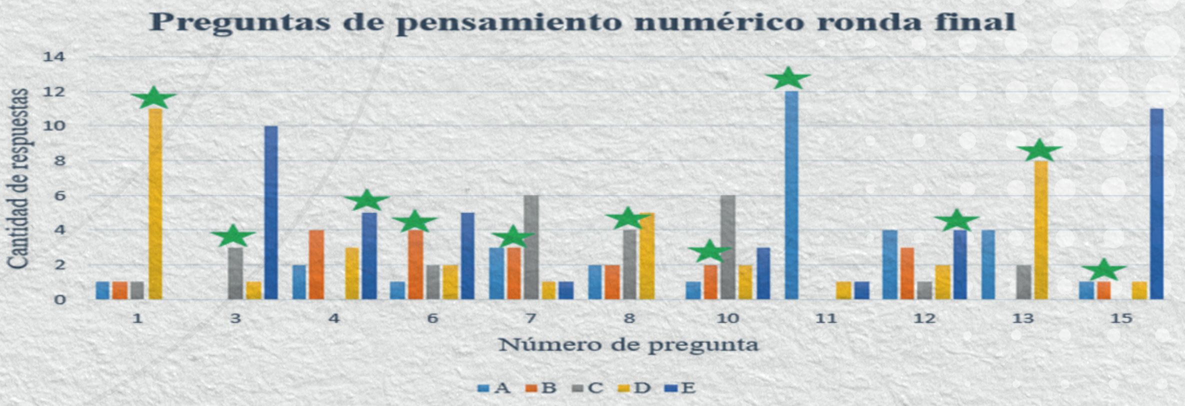


Figura 2. Respuestas a las preguntas de pensamiento numérico de la ronda final.

En sólo 5 de 11 problemas la opción que era la correcta, obtuvo una mayor elección por parte de los participantes, siendo un porcentaje muy bajo frente al esperando en problemas de pensamiento numérico.

CONCLUSIONES

El desempeño de los estudiantes en las Olimpiadas de Matemáticas y Física, pertenecientes al nivel 2, de la Universidad de los Llanos en el año 2023 fue bajo. Por el grado de escolaridad de los participantes, se esperaba que, al momento de enfrentarse a un problema correspondiente al pensamiento numérico, se darían mejores resultados, sólo en el 50% de estas preguntas la opción correcta fue la más seleccionada por los estudiantes.

Frente al proyecto, es posible realizar un mejor análisis al incluir problemas de solución abierta y notar las posibles soluciones que pueden presentar los estudiantes al momento de resolverlos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Serie lineamientos curriculares. Un Sentido pedagógico de los lineamientos* (p. 103). Ministerio de Educación Nacional, Colombia.

- Molina González, M. (2006). *Desarrollo de Pensamiento Relacional y Comprensión del Signo igual por Alumnos de Tercero de Educación Primaria*. [Tesis doctoral]. Universidad de Granada.

- Santalo, L. (1991). Olimpiadas matemáticas. *Revista de Educación Matemática, 6*(3).

EFECTOS DE PARÁMETROS EPIDEMIOLÓGICOS EN EL CRECIMIENTO TUMORAL: UN ESTUDIO DEL MODELO DE KIRSCHNER Y PANETTA

Sebastián Olano-Riveros[1], Fredy L. Dubeibe[2]
[1]solano@unillanos.edu.co, [2]fdubeibe@unillanos.edu.co
[1,2]Universidad de los Llanos

INTRODUCCIÓN

El modelo estudiado en este trabajo es el modelo de Kirschner y Panetta, que se basa en el modelo de Lotka-Volterra. Este sistema de ecuaciones diferenciales es fundamental para el estudio de la dinámica poblacional biológica. El modelo de Kirschner y Panetta considera dos ecuaciones diferenciales ordinarias y ha sido modificado para contribuir al desarrollo de modelos epidemiológicos que se basan en factores determinantes, predicciones y control de factores relacionados con la salud y las enfermedades. Estos modelos también estudian la dinámica y distribución de las enfermedades virales en una población.

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Qué efecto tiene la variación de los parámetros de antigenicidad y de tratamiento en el crecimiento de los tumores en un modelo Kirschner y Panetta?

PROBLEMA CIENTÍFICO

El modelo propuesto por Kirschner y Panetta (1998) describe tres ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO); las variables de estas tres EDO son células efectoras (E), células tumorales (T) y moléculas efectoras (C). En este sistema se tiene en cuenta el parámetro de la antigenicidad k y los tratamientos s_1 que hacen referencia a la interleucina-2 y s_2 a la inmunoterapia celular adoptiva, como tratamientos para contrarrestar el crecimiento del tumor.

$$\frac{dE}{dt} = kT - \mu_2 E + \frac{p_1 EC}{g_1 + C} + s_1 \qquad (1)$$

$$\frac{dT}{dt} = r_2(1 - bT)T - \frac{\alpha ET}{g_2 + T} \qquad (2)$$

$$\frac{dC}{dt} = \frac{p_2 ET}{g_3 + T} - \mu_3 C + s_2 \qquad (3)$$

METODOLOGÍA

El presente trabajo se inscribe en la Línea de Investigación de Matemáticas, Física y Estadística, aprobada por la Facultad de Ciencias Humanas y de la Educación. Esta línea pertenece al saber específico y al área de formación básica del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de los Llanos. La investigación se desarrolla bajo un enfoque básico con una metodología teórica. Para los cálculos, se utilizó una computadora portátil de 64 bits, equipada con un procesador Intel Core i5 a 2.3 GHz y 8 GB de memoria DDR.

La metodología desarrollada incluyó, en primer lugar, una revisión exhaustiva de la literatura sobre la dinámica del sistema compuesto por células efectoras, células tumorales y moléculas efectoras. A continuación, se procedió a la deducción de las ecuaciones de movimiento que describen este sistema. Posteriormente, se calcularon los puntos fijos del sistema y se analizó su estabilidad. Se llevó a cabo la solución numérica de las ecuaciones del sistema y, finalmente, se realizó un análisis comparativo de los resultados obtenidos con otros estudios previos en la literatura. El trabajo culminó con la preparación y presentación del informe final con los resultados obtenidos.

RESULTADOS

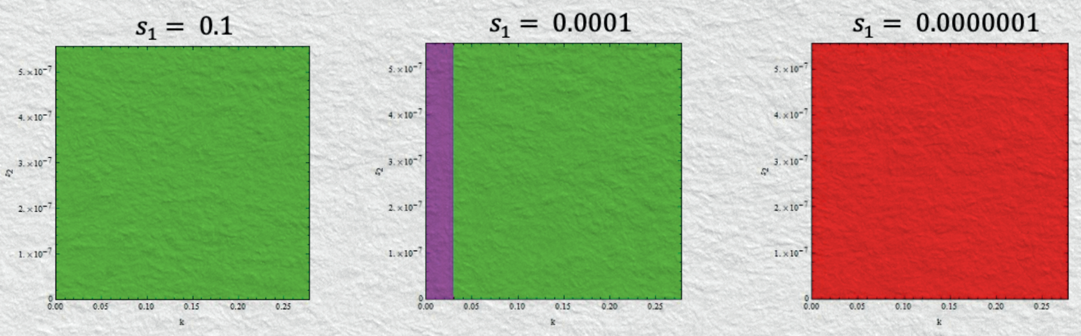


Figura 1. Número máximo de raíces reales positivas de la variable y para diferentes valores de s_1 en términos de k y s_2

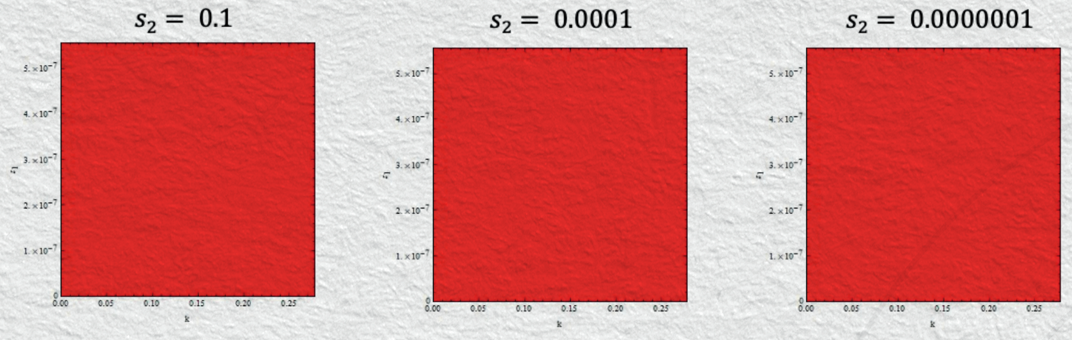


Figura 2. Número máximo de raíces reales positivas de la variable y para diferentes valores de s_2 en términos de k y s_1

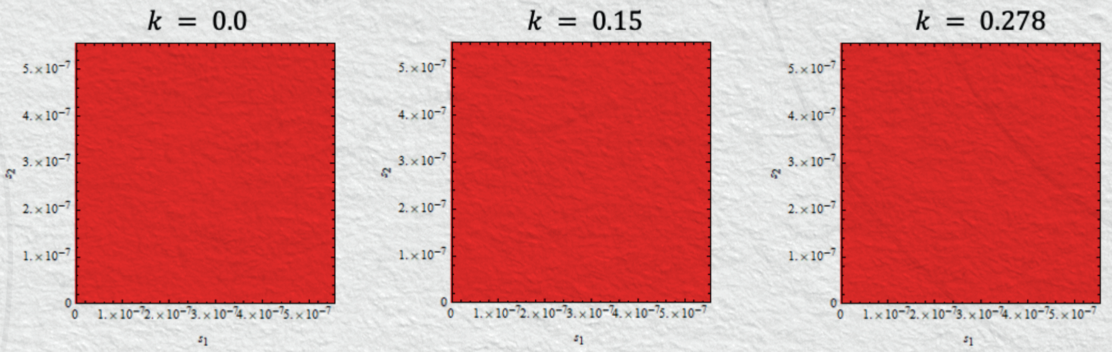


Figura 3. Número máximo de raíces reales positivas de la variable y para diferentes valores de k en términos de s_1 y s_2

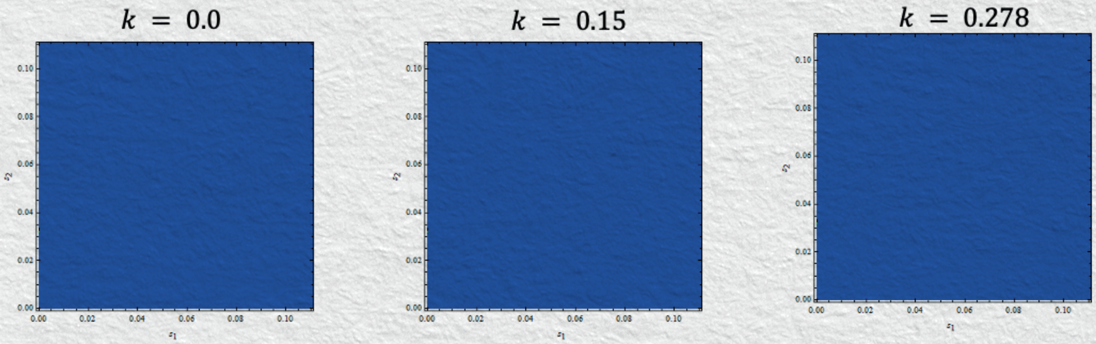


Figura 4. Número total de raíces reales positivas para el modelo KP.

CONCLUSIONES

El estudio analiza el sistema de Kirschner y Panetta (KP) mediante adimensionalización y la regla de Descartes. La adimensionalización simplifica las ecuaciones diferenciales originales a parámetros adimensionales, facilitando el análisis de su dinámica en contextos biológicos y clínicos. La regla de Descartes proporciona información sobre la cantidad y naturaleza de las soluciones, revelando patrones de estabilidad y características de las respuestas biológicas. Este análisis es clave para interpretar la evolución del sistema tumoral y aplicar métodos matemáticos que evalúen su dinámica clínica de manera precisa.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Kirschner, D. & Panetta, J. C. (1998). Modeling immunotherapy of the tumor–immune interaction. *Journal of Mathematical Biology, 37*, 235-252.

- Kuznetsov, V. A., Makalkin, I. A., Taylor, M. A. & Perelson, A. S. (1994). Nonlinear dynamics of immunogenic tumors: parameter estimation and global bifurcation analysis. *Bulletin of mathematical biology, 56*(2), 295-321.

GRAFOS DE CAYLEY HAMILTONIANOS

Cristian Andrés Ladino[1], Francisco Javier Gutiérrez[2]
[1]cristian.ladino.gonzalez@unillanos.edu.co, [2]fgutierrez@unillanos.edu.co
[1,2]Universidad de los Llanos

INTRODUCCIÓN

La teoría de grafos ha estudiado formas para encontrar algoritmos que faciliten hallar ciclos y caminos hamiltonianos en grafos. Sin embargo, solo se han establecido condiciones necesarias, no suficientes, para determinar si un grafo es hamiltoniano. El "problema de la hamiltonicidad" se centra en la existencia de ciclos y caminos hamiltonianos. Los grafos de Cayley son significativos, pues conectan dos ramas de las matemáticas: grupos y grafos, y permiten visualizar por medio de una representación (grafo) un grupo.

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Cómo determinar los elementos del conjunto generador de un grupo para garantizar que el correspondiente grafo de Cayley sea hamiltoniano?

PROBLEMA CIENTÍFICO

La conjetura de Lovász menciona la existencia de caminos hamiltonianos en el caso de los grafos de Cayley, específicamente en los grafos "vértice-transitivo"; estos son grafos que mantienen la simetría desde la perspectiva de cualquier vértice. Una restricción de la conjetura es que algunos grafos 3-conectado (un grafo es n-conectado si se necesita eliminar al menos n vértices para convertirse en disconexo) tienen un camino hamiltoniano; sin embargo, no se cumple para el grafo de Petersen.

Asimismo, se establece otra conjetura que menciona que todo dígrafo de Cayley en un grupo finito abeliano con un conjunto generador minimal (un conjunto generador S es minimal si este genera al grupo y $\forall A, A \subset S$ no genera al grupo) con 3 o más elementos es hamiltoniano. En consecuencia, en Curran and Witte (1985) se probó que la conjetura es verdadera cuando los generadores son independientes (un conjunto generador S es independiente si $\forall s \in S$ se cumple que $\langle s \rangle \cap \langle S - \{s\} \rangle$ es trivial). Ahora se considera una conjetura que es débil comparada con la conjetura de Lovász, sin embargo, es una conjetura más factible. Esta establece que existe una constante $c \geq 1$, tal que para cada grupo finito G, y toda $k \geq c \log_2 |G|$, la probabilidad $P(G,k)$ que el grafo de Cayley con un conjunto generador aleatorio S de tamaño $|S| = k$ contenga un ciclo hamiltoniano, satisface: $P(G,k) \rightarrow 1$ con $|G| \rightarrow \infty$.

Por lo tanto, es evidente que encontrar ciclos y caminos hamiltonianos es un problema difícil que genera bastante interés en las áreas de combinatoria, computación y aplicaciones.

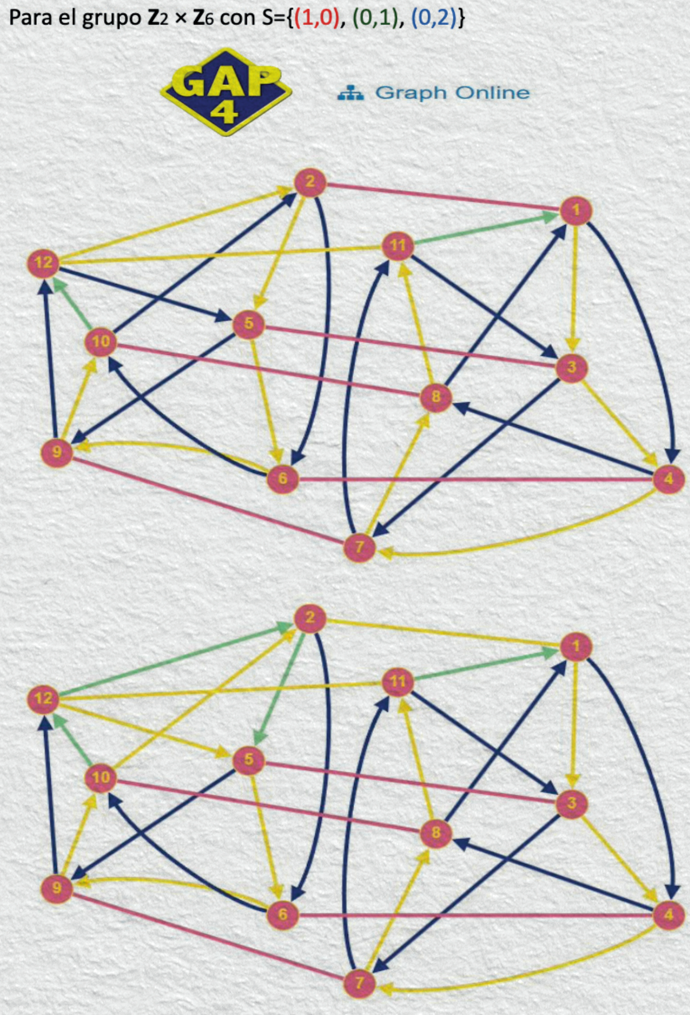
Debido a que es un problema NP-completo se espera que tenga una solución compleja (NP quiere decir “no determinístico polinomial”, esto significa que encontrar una solución requiere de un tiempo exponencial).

METODOLOGÍA

Teorema 1. Sea G un grupo finito y $r(G)$ y $m(G)$ el número de factores de composición abelianos y no abelianos, respectivamente. Entonces existe un conjunto generador S, $\langle S \rangle = G$, con $|S| \leq r(G) + 2m(G)$, tal que el correspondiente grafo de Cayley Cay (S, G) contiene un camino hamiltoniano.

Teorema 2. Todo grupo finito G de orden $|G| \geq 3$ tiene un conjunto generador S de tamaño $|S| \leq \log_2 |G|$, tal que el correspondiente grafo de Cayley Cay (S, G) contiene un ciclo hamiltoniano.

RESULTADOS



CONCLUSIONES

Procedimiento extenso: cálculo de serie de composición, subgrupos normales, grupos cocientes, factores de composición abelianos y no abelianos, elementos generadores de cada grupo cociente. Comprobar que dichos generadores sí generen el grupo y dibujar el grafo de Cayley para empezar a buscar el camino y el
ciclo hamiltoniano.

Las limitaciones del método se manifiestan en dos aspectos: la complejidad de representación gráfica para grupos con órdenes grandes, aunque no afectando los cálculos en GAP, y la inconveniencia de su aplicación a grupos finitos no abelianos, pues no hay grupos con esta condición que sean de un orden trabajable.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Martín, W. F., López Bastida, E., Castellanos Álvarez, J. A., & Gil Fundora, S. (2006). *Metodología de la investigación.* Universidad de Cienfuegos. Cienfuegos. Cuba, 345pp.

- Pak, I. & Radoičić, R. (2009). Hamiltonian paths in Cayley graphs. *Discrete Mathematics*, *309*(17), 5501-5508.

MÉTRICAS (1, 2) - SIMPLÉCTICAS SOBRE F(3), F(4) Y F(5)

Daniel Felipe Suárez[1], Juan Felipe Fierro[2]
[1]daniel.suarez.leon@unillanos.edu.co, [2]juan.fierro.guayara@unillanos.edu.co
[1,2]Universidad de los Llanos

INTRODUCCIÓN

El estudio de los grupos y álgebras de Lie tiene sus raíces en las investigaciones iniciadas en 1872 por el matemático noruego Sophus Lie. La investigación en esta disciplina ha crecido a lo largo de los años, inicialmente por los aportes significativos de Weyl, Killing, Serre, Cartan y Chevalley y, en tiempos modernos, por las contribuciones de San Martín, Negreiros, Paredes, Pinzón y Castro, quienes han trabajado conceptos como los que se tratan en este manuscrito. En este trabajo se introducen nociones de torneo sobre las variedades bandera maximales $\mathbb{F}(3), \mathbb{F}(4)$ y $\mathbb{F}(5)$, posteriormente, se calculan las clases de isomorfismo de estos torneos y, por último, se obtienen las métricas $(1,2)-$ simplécticas para estas variedades.

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Qué estructuras cuasicomplejas sobre $\mathbb{F}(3), \mathbb{F}(4)$ y $\mathbb{F}(5)$, admiten métricas $(1,2)-$ simplécticas?

PROBLEMA CIENTÍFICO

En la actualidad, las aplicaciones de la teoría de Lie se han visto incrementadas gracias a su relevancia con las ecuaciones diferenciales, lo que la convierte en una herramienta adicional para dar solución a modelos matemáticos que surgen en distintas ciencias, tales como economía, biología y física.

El estudio de las métricas isomorfas se centra en la correspondencia que existe entre las clases de isomorfismo de los torneos y las estructuras cuasicomplejas. Esto habilita sobre las últimas establecer un nuevo punto de estudio, fomentando las relaciones entre los dos campos de investigación y permitiendo un análisis profundo de torneos y dígrafos.

METODOLOGÍA

Este estudio se desarrolló bajo la investigación pura o básica puesto, que "busca producir conocimiento y teorías" (Hernández et al., 2014), además "se propone enriquecer el conocimiento sin preocuparse por la aplicación directa o inmediata de los resultados" (Garza, 2007), con una metodología teórica.

DEFINICIONES

Torneo: un torneo o n-torneo, consiste en un conjunto finito $p_1, p_2, \ldots, p_n$, de vértices o jugadores distintos, tal que cada par de vértices están unidos por exactamente un arco $p_i \rightarrow p_j$ o $p_j \rightarrow p_i$, si $p_i \rightarrow p_j$; decimos que p_i le gana a p_j, $p_i \rightarrow p_j$.

Variedad bandera: el interés por estudiar torneos comenzó con el estudio de unas estructuras geométricas llamadas estructuras cuasicomplejas, definidas sobre los espacios homogéneos. Una estructura cuasicompleja sobre $\mathbb{F}(n)$ es una transformación lineal

$J: \mathfrak{p} \rightarrow \mathfrak{p}$ tal que $J^2 = -1$

Dando una descripción algebraica para $F(n)$ obtenemos:

$$\mathbb{F} = \frac{U(n)}{U(1) \times \ldots \times U(1)} = \frac{U(n)}{T}$$

Donde $U(n) = \{A \in Mat(n, \mathbb{C}) : AAt = I\}$ es el grupo unitario y $T = U(1) \times \ldots \times U(1)$ es un toro maximal sobre $U(n)$. Estos espacios son conocidos como variedades bandera maximales.

RESULTADOS

Ejm 1: Consideremos

$$\mathbb{F}(3) = \frac{U(3)}{U(1) \times \ldots \times U(1)} = \frac{U(3)}{T}$$

en este caso

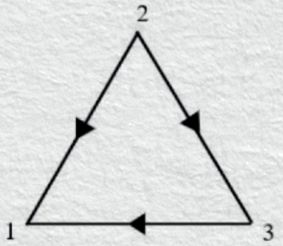
$$\mathfrak{p} = T(\mathbb{F}(3))_{(T)} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -\bar{a} & 0 & c \\ -\bar{b} & -\bar{c} & 0 \end{pmatrix} : a, b, c, \in \mathbb{C} \right\}$$

Sea la aplicación J sobre $F(3)$ la siguiente:

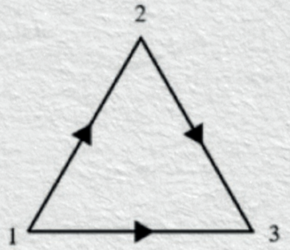
$$\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -\bar{a} & 0 & c \\ -\bar{b} & -\bar{c} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & (-\sqrt{-1})a & (-\sqrt{-1})b \\ (-\sqrt{-1})\bar{a} & 0 & (\sqrt{-1})c \\ (-\sqrt{-1})\bar{b} & (\sqrt{-1})\bar{c} & 0 \end{pmatrix}$$

Las clases de isomorfismo que corresponden a los n-torneos, son:

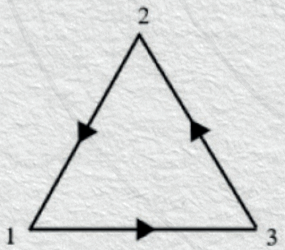
Caso $\mathbb{F}(3)$



(0,1,2)

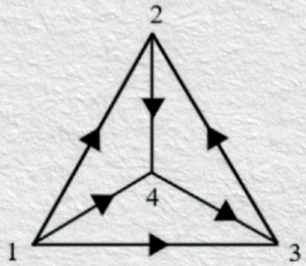


(0,1,2)

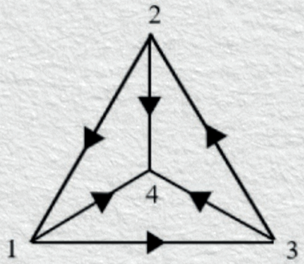


(1,1,1)

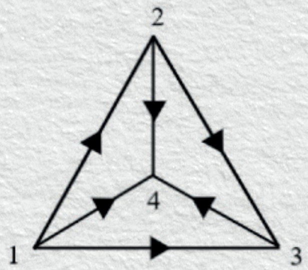
Caso $\mathbb{F}(4)$



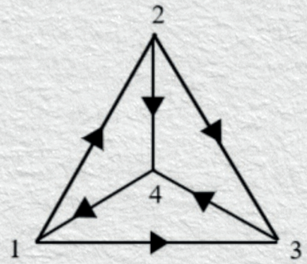
(1,1,1,3)



(0,2,2,2)



(0,1,2,3)



(1,1,2,2)

CONCLUSIONES

Síntesis de hallazgos: se establecieron las clases de isomorfismo de los 3-torneos, 4-torneos y 5-torneos asociados a las estructuras cuasicomplejas que admiten métricas $(1,2)$-simplécticas, como forma para determinar las métricas $(1,2)$-simplécticas sobre las variedades bandera maximales $\mathbb{F}(3), \mathbb{F}(4)$ y $\mathbb{F}(5)$.

Implicaciones prácticas: este trabajo ha permitido avanzar en la comprensión de las estructuras cuasicomplejas en variedades bandera maximales, complementando la perspectiva geométrica para estudiar estas estructuras y sus métricas.

Recomendaciones futuras: estudiar posibles caracterizaciones de estructuras cuasicomplejas que admiten métricas $(1,2)$ –simplécticas asociadas a los n-torneos localmente transitivos para caso $n \geq 3$.

REFERERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

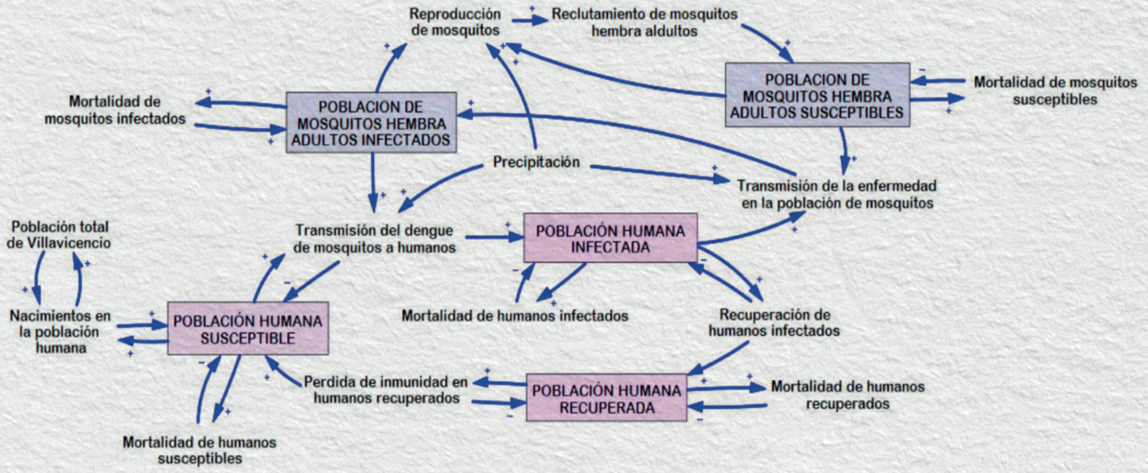
- Fuentes, J. S., Paredes, M. & Pinzón, S. (2004). Acerca de los dígrafos localmente transitivos. *Revista Integración, temas de matemáticas*, *22*(1 y 2), 23-35.
- Gutiérrez, M. P. (2000). *Aspectos da geometria complexa das variedades bandeira* [Doctoral dissertation]. Universidade Estadual de Campinas.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. & Baptista Lucio, M. D. P. (2014). *Metodología de la Investigación. (Edición 6).* México: McGraw-Hill Interamericana.

MODELACIÓN MATEMÁTICA DE LA DINÁMICA DEL DENGUE EN VILLAVICENCIO, META

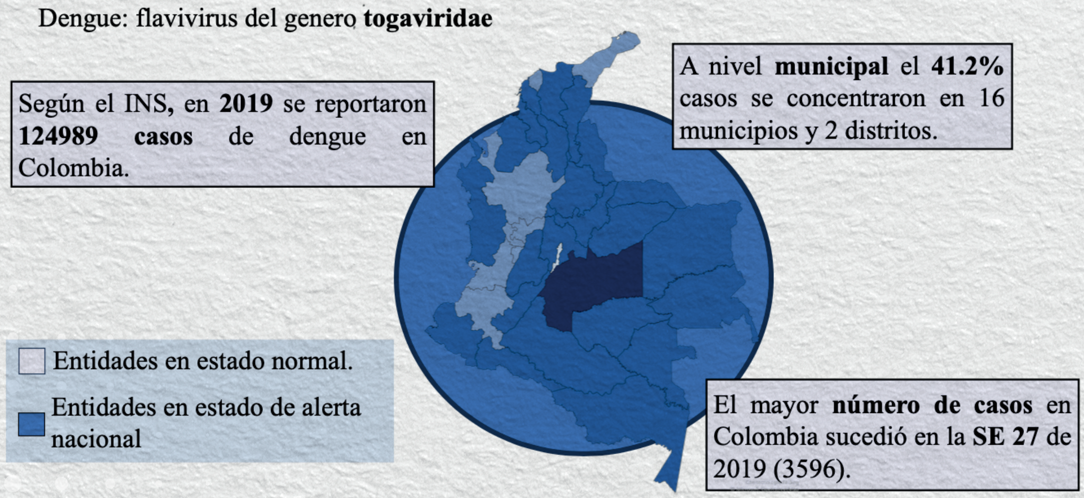
José Castellanos Hernández
jose.castellanos@unillanos.edu.co
Universidad de los Llanos

INTRODUCCIÓN

En este trabajo se realizó la modelación matemática de la dinámica del dengue enVillavicencio (Meta), desde el enfoque de la Dinámica de Sistemas y el uso del *software* VENSIM PLE (*Ventana Systems Inc*., 2019).



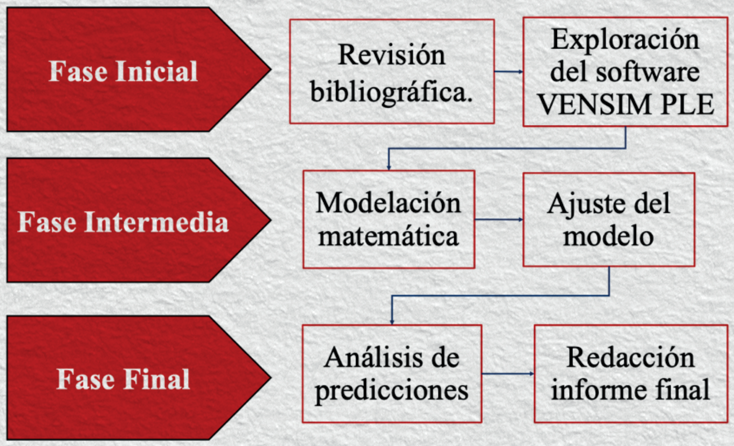
PROBLEMA CIENTÍFICO



Actualmente no existen modelos matemáticos para estudiar la dinámica del dengue en Villavicencio, razón por la cual en el presente trabajo se llevó a cabo la modelación matemática de la dinámica del dengue en Villavicencio, Meta.

METODOLOGÍA

La metodología seguida para el desarrollo de este trabajo está estructurada en tres fases principales, como se resume en la siguiente figura.



Fase Inicial

En esta fase se realizó una revisión de la literatura científica relacionada con la dinámica del dengue en la región de Villavicencio (Meta). Además, se revisaron trabajos previos que utilizan modelos matemáticos para representar la propagación de enfermedades transmitidas por vectores. Paralelamente, se realizó una exploración y familiarización con el *software* VENSIM PLE, herramienta utilizada para la simulación de modelos de dinámica de sistemas.

Fase Intermedia

En esta fase se llevó a cabo la formulación del modelo matemático de la dinámica del dengue utilizando el enfoque de dinámica de sistemas. Se establecieron las relaciones causales entre las variables relevantes, como la población susceptible, infectada y recuperada, así como la influencia de los vectores transmisores (mosquitos). Una vez construida la estructura básica del modelo, se procedió a realizar ajustes en función de los datos epidemiológicos disponibles para Villavicencio.

Fase Final

Una vez ajustado el modelo, se procedió a la simulación de diferentes escenarios y a la evaluación de las predicciones del modelo en términos de la evolución de los casos de dengue. Se analizaron posibles estrategias de control basadas en los resultados obtenidos. Finalmente, los resultados y las conclusiones del trabajo fueron organizados y presentados en un informe final, que incluye el análisis detallado de las predicciones, la metodología utilizada y recomendaciones para futuras investigaciones.

RESULTADOS

El modelo matemático propuesto para la dinámica del dengue en Villavicencio es representado por el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales con retardo.

$$\frac{dS_H}{dt} = \mu_H H - \beta_H(t)\rho(t)\frac{S_H(t-\tau_1)}{H} I_V(t-\tau_1) - \mu_H S_H(t) + \theta R_H(t)$$
$$\frac{dI_H}{dt} = \beta_H(t)\rho(t)\frac{S_H(t-\tau_1)}{H} I_V(t-\tau_1) - \mu_H I_H(t) - \gamma I_H(t)$$
$$\frac{dR_H}{dt} = \gamma I_H(t) - \mu_H I_H(t) - \theta R_H(t)$$
$$\frac{dS_V}{dt} = c\rho(t)\left(S_V(t-\tau_2) + I_V(t-\tau_2)\right) - \beta_V \rho(t) S_V(t-\tau_3)\frac{I_H(t-\tau_3)}{H} - \mu_V S_V$$
$$\frac{dI_V}{dt} = \beta_V \rho(t) S_V(t-\tau_3)\frac{I_H(t-\tau_3)}{H} - \mu_V I_V$$

El diagrama de compartimientos que describe la dinámica del sistema y, más específicamente, de la evolución entre diferentes estados de la propagación del dengue en el modelo propuesto para este trabajo, se presenta en la Figura 1.

Figura 1: Diagrama de flujos y niveles del primer modelo propuesto en este trabajo para la propagación del dengue en Villavicencio

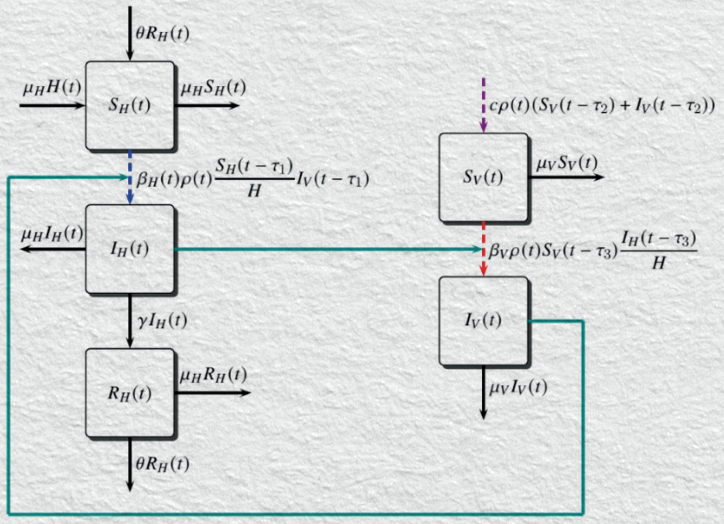


Figura 2: Resultados de la simulación del quinto modelo matemático comparado con los casos confirmados de dengue en 2019 en Villavicencio, Meta

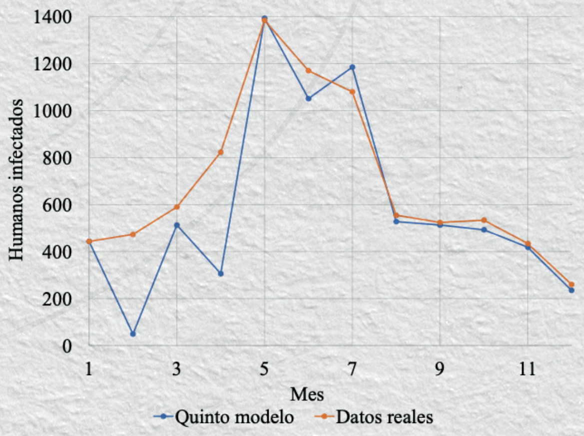


Tabla 1: Errores relativos medios entre los valores predichos por el quinto modelo y los datos reportados por la Secretaría de Salud de Villavicencio

Mes	Quinto modelo	Datos reales	Error relativo medio
1	443	443	0,00
2	49	473	0,90
3	513	590	0,13
4	306	823	0,63
5	1393	1384	0,01
6	1051	1170	0,10
7	1185	1080	0,10
8	528	555	0,05
9	513	524	0,02
10	493	534	0,08
11	418	434	0,04
12	235	260	0,10

Figura 3: Simulación de diferentes escenarios del modelo matemático aumentando la precipitación

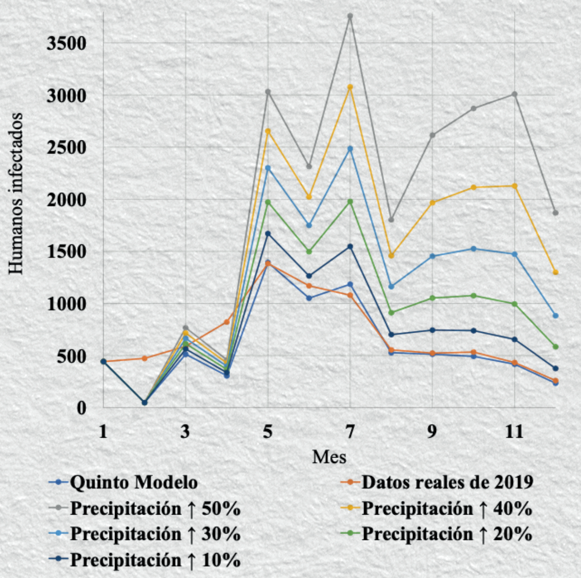
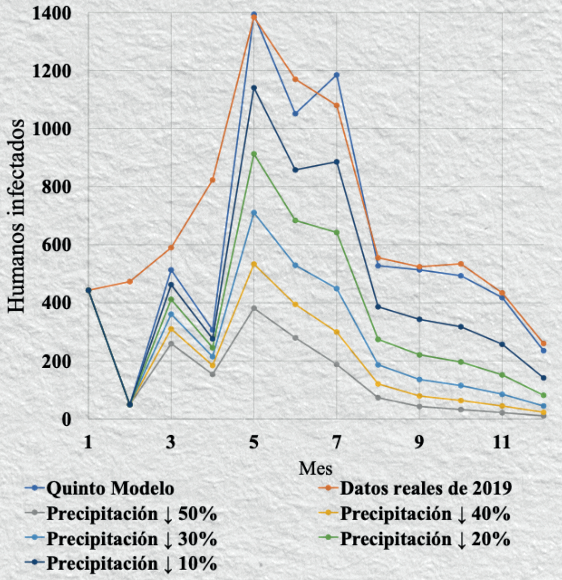


Figura 4: Simulación de diferentes escenarios del modelo matemático reduciendo la precipitación



CONCLUSIONES

El uso de modelos epidemiológicos permitió describir y predecir la evolución del dengue. Los retardos discretos son fundamentales para aproximar procesos que no ocurren de forma inmediata. La propagación del dengue depende de la precipitación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- López, L. E., Muñoz-Loaiza, A., Olivar-Tost, G. & Betancourt-Bethencourt, J. (2012). Modelo matemático para el control de la transmisión del Dengue. *Revista de Salud Pública*, *14*, 512-523.

- Reyes, A. J. R., Ruge, D. G. & Herrera, L. C. P. (2019). *Informe de evento Dengue, Colombia, 2019*. Instituto Nacional de Salud, Colombia [Internet].

- Sáez, V. S. (2006). Estudio correlativo entre dengue, precipitación y temperatura del aire, período 1995 a 2002. Municipio Libertador. Distrito Capital. Venezuela. *Terra. Nueva Etapa*, *22*(32).

- Sanusi, W., Badwi, N., Zaki, A., Sidjara, S., Sari, N., Pratama, M. I. & Side, S. (2021). Analysis and simulation of SIRS model for dengue fever transmission in South Sulawesi, Indonesia. *Journal of Applied Mathematics*, *2021*(1), 2918080.

DISEÑO DE TAREAS PROFESIONALES PARA EL ESTUDIO DE LA CIRCUNFERENCIA, POR MEDIO DEL GEOGEBRA

Cynthia Raquel Acosta[1], Francisco Javier Páez[2], Edgar Alberto Guacaneme[3]
[1]cracostal@upn.edu.co, [2]fjpaezs@upn.edu.co, [3]guacaneme@pedagogica.edu.co
[1]Universidad Nacional de Asunción, [2]Universidad Nacional de Caaguazú, [3]Universidad Pedagógica Nacional

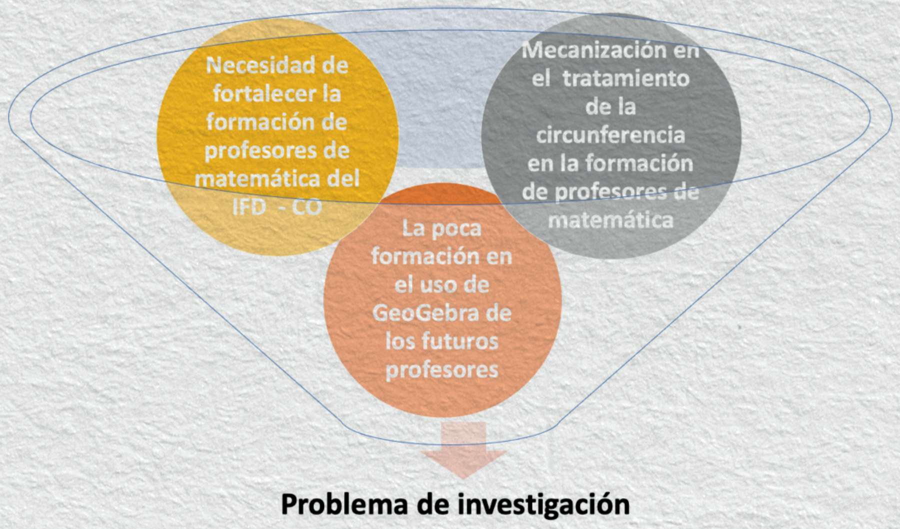
INTRODUCCIÓN

Los dos primeros autores somos estudiantes becados por el Programa BECAL de Paraguay, para cursar la Maestría en Docencia de la Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional (Colombia) y profesores de la Universidad Nacional de Asunción y la Universidad Nacional de Caaguazú (Paraguay), respectivamente. Lo expuesto en este documento surge en el desarrollo de nuestro trabajo de grado de maestría, asesorados por el tercer autor.

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Qué conocimiento matemático y tecnológico sobre la circunferencia sería deseable construir en un programa de formación profesional inicial de profesores de matemáticas?

PROBLEMA CIENTÍFICO



METODOLOGÍA

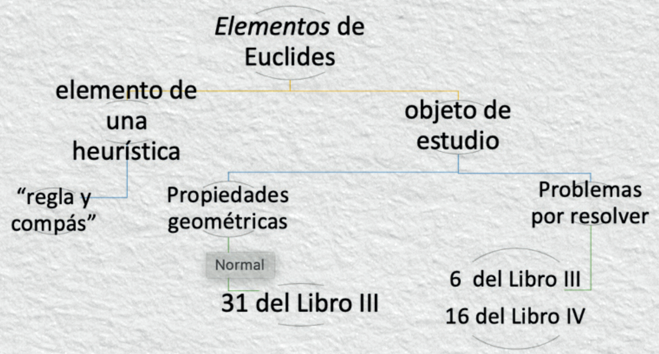
Nuestro conocimiento sobre la circunferencia y el proceso de aprendizaje en torno a aspectos de esta, se asume como objeto de estudio. Estudiamos la circunferencia desde el punto de vista de la geometría euclidiana en los Libros III y IV de Los Elementos de Euclides y de la geometría analítica en La Geometría de Descartes, con el fin de sentar las bases para identificar semejanzas y diferencias en el tratamiento matemático de este objeto, en cada geometría considerada.

Las sesiones de estudio sobre la circunferencia en estas geometrías fueron grabadas. Posteriormente, identificamos las tareas desarrolladas como parte del estudio matemático y enfocamos la atención en el uso que se hacía del GeoGebra.

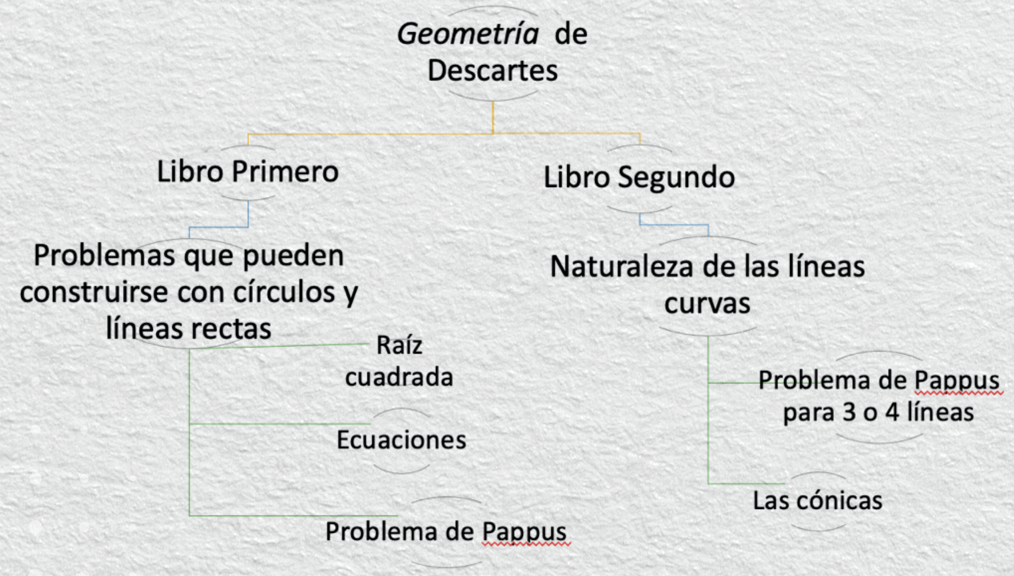
Del total de las tareas identificadas, que son quince, organizamos y rediseñamos cinco tareas profesionales que van enfocadas hacia los conocimientos y competencias que los futuros profesores de matemáticas deben aprender y desarrollar para el ejercicio profesional.

RESULTADOS

Los resultados encontrados es los tratamientos que hace Euclides respecto a la circunferencia:



También, encontramos el tratamiento que hace Descartes con relación a la circunferencia en sus dos primeros libros:



Las tareas identificadas y organizadas según lo revisado, son:

1. Proposición III-1: hallar el centro de un círculo dado.
2. Proposición III-36: si se toma un punto fuera de un círculo y de él al círculo caen dos rectas, y una de ellas corta el círculo y la otra lo toca, el rectángulo comprendido por la secante entera y la (parte) exterior tomado entre el punto y la circunferencia convexa es igual al cuadrado de la tangente.
3. La raíz cuadrada por medio de la circunferencia.
4. La resolución de ecuación tipo $x^2 = bx + c^2$.
5. El análisis del problema de Pappus.

CONCLUSIONES

El conocimiento matemático y tecnológico sobre la circunferencia se promueve a través de abordar experiencias de estudio de al menos dos aproximaciones a la geometría; en este caso, la sintética –representada en "Los Elementos" de Euclides– y la analítica –expuesta en "La Geometría" de Descartes–. Este estudio ofrece la posibilidad de construir comparaciones en los tratamientos matemáticos de un mismo objeto y reconocer el uso que se hace del GeoGebra como apoyo a los procesos de comprensión de las propiedades geométricas y de los procesos constructivos y demostrativos. Estos asuntos son fundamentales en la formación de un futuro profesor de matemáticas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Descartes, R (1996). *Discurso del método. La dióptrica. Los meteoros. La geometría.* (Quintás, G, Trad.). Círculo de Lectores S.A. (Trabajo original publicado en 1937).

- Guacaneme, E. & Mora, L. (2011). La educación del profesor de matemáticas como campo de investigación. *Revista PAPELES, 4*(7), 102-109.

- Puertas, M. L. (1991). *Euclides. Elementos. Libros I-IV*. Editorial Gredos S.A.

- Rendón, C. G., Mora, L. C. & Morales, N. (2023). Tareas con sentido en/para la formación profesional inicial del profesor de matemáticas: Algunos asuntos conceptuales. En P. Caraballo Gracia (Ed.) *Memorias del IV Encuentro Internacional de Investigación e Innovación en Educación Matemática.* (pp. 60-61). Sincelejo: Editorial Unisucre

LECTURA Y COMPRENSIÓN DE GRÁFICAS ESTADÍSTICAS POR FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICAS DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

Juan Sebastián Sastoque[1], Nelson Fernando Vergara[2], María Teresa Castellanos[3]
[1]juan.sastoque@unillanos.edu.co, [2]nelson.vergara@unillanos.edu.co, [3]mcastellanos@unillanos.edu.co
[1,2,3]Universidad de los Llanos

INTRODUCCIÓN

La presente investigación reconoce que un elemento en la promoción de la cultura estadística, es la formación de ciudadanos con habilidades para interpretar y evaluar críticamente la información estadística visualizada en medios de comunicación y en distintos contextos de su vida (Gal, 2002). La estadística y la probabilidad hacen parte de los lineamientos curriculares de las matemáticas escolares internacionales y locales, relevando la lectura y comprensión de información estadística (Vásquez y Cabrera, 2022). Por su parte, las pruebas SABER requieren capacidad para descifrar, representar en términos matemáticos y predecir resultados en situaciones que implican el manejo de datos de distinta naturaleza (Castellanos y Arteaga, 2013). La implicación directa recae en el profesorado, a quien conviene otorgar realce a la estadística y la probabilidad en el proceso de enseñanza, aún más considerando su rol protagonista en el desarrollo de dichas habilidades.

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Qué nivel crítico exhiben los futuros profesores de matemáticas al leer e interpretar información estadística procedente de diferentes contextos?

PROBLEMA CIENTÍFICO

Leer e interpretar información en tablas y gráficos estadísticos procedente de diferentes contextos y obtener conclusiones de los datos que surgen de allí, es una de las exigencias que impone la sociedad y la globalización al individuo, para comprender su realidad cercana (Montealegre y Castellanos, 2023); además de las competencias para organizar, representar e interpretar los datos. Es decir, se requiere en los individuos la capacidad para comprender, evaluar críticamente y, cuando sea pertinente, expresar opiniones de la información estadística (Jiménez-Castro et al., 2020).

En coherencia con Engel (2019), la apuesta está en los profesores, para que promuevan en sus escolares ciudadanos críticos para comprender las estadísticas desde diferentes escenarios, que puedan usar sus conocimientos y las herramientas gráficas en la representación de datos.

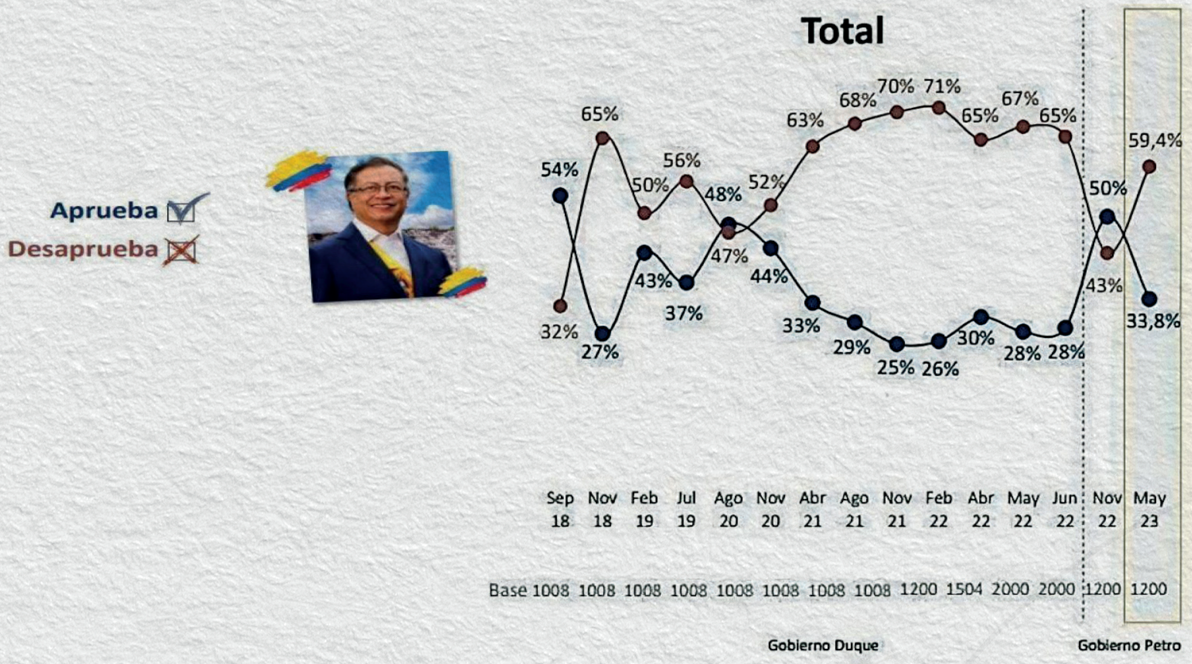
METODOLOGÍA

La investigación es de corte exploratorio y descriptivo con un enfoque mixto; según el concepto de Sampieri et al. (2014) se corresponde con un conjunto de procesos sistemáticos, empíricos y críticos que implican la recolección de datos cuantitativos y cualitativos. Esto permitirá informar sobre la interpretación critica de datos representados en tablas y gráficos estadísticos, a través de cuatro niveles de lectura exhibidos por los participantes.

La muestra se configura de manera intencionada y por conveniencia con un grupo de futuros profesores de matemáticas. Los participantes son estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas y la Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de los Llanos.

La **primera etapa**, de tipo cualitativa, corresponde a un estudio documental en el que se recaban y seleccionan tablas y gráficos con datos estadísticos procedentes de diferentes medios. En la **segunda etapa**, se realiza la aplicación del cuestionario validado y ajustado en la etapa anterior y se pone en marcha la secuencia de instrucción del curso formativo. Finalmente, la **tercera etapa** se dedica al análisis retrospectivo.

RESULTADOS



Relación entre los criterios alfabetización estadística crítica y los indicadores de actitud crítica.

CRITERIO	PREGUNTA DEL CUESTIONARIO	INDICADORES DE LA ACTITUD CRITICA
C1	¿indique cuál es la fuente de procedencia de los datos? ¿considera que la información en el grafico es confiable?	Fuente y fiabilidad de la información.
C2	¿el grafico representado en la información es el correcto?	Gráfico correcto.
C3	¿Señale la tendencia que se observa en la serie de datos representados? Justifica la respuesta.	Tendencia de los datos.
C3	¿indique cómo se han recogido los datos? ¿considera que la información en el grafico es confiable?	Recopilación y fiabilidad de la información.
C4	¿Qué implicaciones tiene en el ámbito social, económico y político el comportamiento.........? Nota: la pregunta sufría un cambio al final dependiendo de la situación presentada.	Implicaciones sociopolíticas y económicas.

Descriptores de la alfabetización estadística crítica. Tendencia de los datos.

situación / FPM	Situación 1	Situación 2	Situación 3	Situación 4	Situación 5
FPM1	*D.3.2*	*D.3.2*	*D.3.1*	*D.3.1*	*D.3.1*
FPM2	*D.3.1*	*D.3.3*	*D.3.1*	*D.3.3*	*D.3.4*
FPM3	*D.3.3*	*D.3.3*	*D.3.3*	*D.3.3*	*D.3.1*
FPM4	*D.3.1*	*D.3.3*	*D.3.2*	*D.3.3*	*D.3.1*
FPM5	*D.3.3.*	*D.3.1*	*D.3.1*	*D.3.1*	*D.3.1*
FPM6	*D.3.1*	*D.3.1*	*D.3.3*	*D.3.3*	*D.3.1*
FPM7	*D.3.3*	*D.3.2*	*D.3.3*	*D.3.3*	*D.3.1*

La tendencia de los datos y la evaluación de la fiabilidad de la información, tímidamente demuestran lectura crítica de gráficos estadísticos. Los resultados confirman estudios de autores como Engel (2019), quien manifiesta preocupaciones por la formación en secundaria. Estrada y Batanero (2019) señalan la carencia de habilidades necesarias para enseñar estadística. Weiland y Sundrani (2022) reconocen la necesaria capacidad del profesor para integrar la estadística en su práctica con enfoque crítico y contextualizado en la enseñanza.

CONCLUSIONES

Los futuros profesores de matemáticas logran interpretar la tendencia de los datos, sin embargo, la gran mayoría omite los sesgos presentes en los gráficos, lo cual no refleja la falta de habilidades para evaluar la información presentada en ellos.

Se considera pertinente promover la cultura estadística para desarrollar en los futuros profesores la capacidad de cuestionar la fiabilidad de las fuentes de datos y detectar posibles sesgos o manipulaciones, considerando las influencias sociopolíticas. Asimismo, se requiere diseñar actividades que vayan más allá de la lectura literal de los gráficos, cuestionando intenciones y reflexiones sobre el impacto de la representación de datos en el contexto.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Castellanos, M.T y Arteaga, P (2013). Los gráficos estadísticos en las directrices curriculares para la Educación Primaria en España y Colombia. En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.), *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (pp. 397404). Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática.

- Castellanos, M.T. (2013). *Tablas y gráficos estadísticos en pruebas SABER-Colombia*. [Tesis de Máster]. Universidad de Granada, España.

- Engel, J. (2019). Cultura estadística y sociedad. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Disponible en www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html

- Jiménez-Castro, M., Arteaga, P. y Batanero, C. (2020). Los gráficos estadísticos en los libros de texto de educación primaria en Costa Rica. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 34*(66), 132-156. https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n66a07

PROMOCIÓN DEL ALGEBRA ESCOLAR EN INSTITUCIONES DEL DEPARTAMENTO DEL META

Carolina Montes[1], Felipe Calle[2], María Teresa Castellanos[3]
[1]ncmontes@unillanos.edu.co, [2]efcalle@unillanos.edu.co, [3]mcastellanos@unillanos.edu.co
[1,2,3]Universidad de los Llanos

INTRODUCCIÓN

Se presentan avances de una intervención, la cual tiene como propósito describir los procesos de generalización por estudiantes de grado sexto cuando ponen de manifiesto el desarrollo de tareas que involucran secuencias geométricas, así como interpretan el origen de los errores exhibidos durante dichos procesos. Por último, a manera de aporte de este estudio se presentan reflexiones para la enseñanza del álgebra escolar, cuando se aborda el tema de generalización de patrones. El estudio se ubica en la perspectiva sociocultural que demanda reconocer una regularidad de diferentes maneras y en distintos contextos a través de estrategias, donde confluyen diversas representaciones (Rivera, 2010). Generalizar se entiende como un proceso consciente y progresivo en la representación de una figura, una forma, algo cuya generalidad notamos gradualmente (Radford, 2010), de tal modo que el aprendizaje consiste en dotar de sentido objetos conceptuales visualizados en el contexto.

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Cuáles son las estrategias usadas por los escolares para generalizar patrones procedentes de secuencias que involucran configuraciones geométricas?

PROBLEMA CIENTÍFICO

El problema de investigación tiene origen en dos escenarios relevantes de la enseñanza aprendizaje del álgebra escolar. El primero radica en la necesidad de estudiar los procesos de generalización de patrones geométricos de manera progresiva, dada las dificultades evidenciadas en estudios previos que indican las falencias asociadas a la competencia del razonamiento y de la representación. El proyecto ubica la problemática en el escenario didáctico del pensamiento algebraico, referida a la promoción del pensamiento matemático y a las necesidades que se evidencian en el aula.

METODOLOGÍA

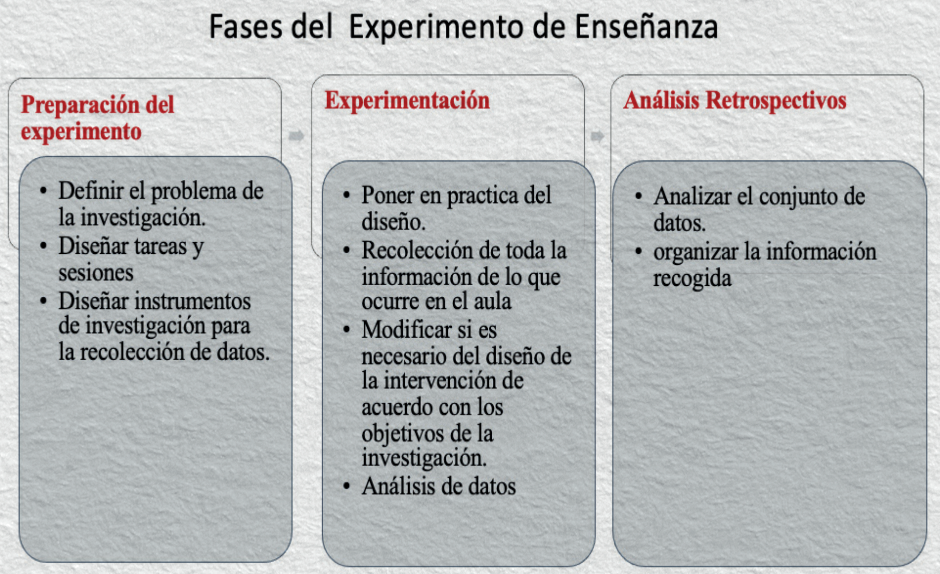
La metodología sigue el enfoque cualitativo de tipo descriptivo. El diseño metodológico asume la investigación basada en el diseño (Confrey, 2002), la cual permite diseñar, formular, implementar y evaluar una trayectoria de instrucción durante implementación de un experimento de enseñanza; en tal sentido, la autora de este proyecto participa en dicha experiencia y, en consecuencia, es protagonista de la secuencia de instrucción.

Se siguen los presupuestos de un experimento de enseñanza en el campo de la educación matemática (Castellanos et al., 2017) documentando y describiendo cada una de las tres fases por la cuales atraviesa por la observación o diagnóstico, la intervención y el rediseño o alternativas. Los datos proceden de las producciones de los escolares en la resolución de las tareas; el procesamiento de la información acude al análisis de los diversos medios semióticos, que permiten dar sentido y significado a los objetos contextuales en el aprendizaje de la generalización.

RESULTADOS

El contexto de la investigación se desarrolla en escenarios de enseñanza-aprendizaje naturales y que otorgan sentido, en un grupo con estudiantes de grado sexto.

La secuencia de instrucción involucra tareas en escenarios de enseñanza-aprendizaje naturales y que otorgan sentido, en el grupo de estudiantes de grado sexto.



UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS
Facultad de Humanas y de la Educación
Grupo de Investigación GHEMA
Pensamiento matemático: Elementos de iniciales del álgebra escolar **Nivel 1**

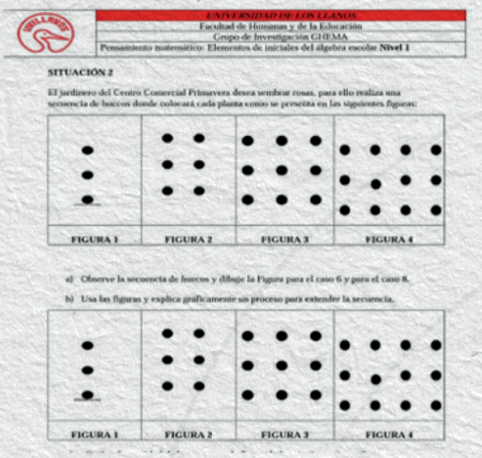
SITUACIÓN 1

La profesora Marisol, pidió a los estudiantes palitos de helado para llevar a la clase, la secuencia que propuso la profesora con los palitos de helado fue la siguiente:

FIGURA 1 | FIGURA 2 | FIGURA 3

a) Observe la secuencia de palitos y dibuja la Figura para el caso 4 y el caso 5.

b) ¿Cuál es la cantidad de palitos de helados que forman la figura del caso 4, del caso 5, del caso 6 y del caso 7? Continúa la secuencia en la tabla



UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS
Facultad de Humanas y de la Educación
Grupo de Investigación GHEMA
Pensamiento matemático: Elementos de iniciales del álgebra escolar **Nivel 1**

SITUACIÓN 2

El jardinero del Centro Comercial Primavera desea sembrar rosas, para ello realiza una secuencia de huecos donde colocará cada planta como se presenta en las siguientes figuras:

FIGURA 1 | FIGURA 2 | FIGURA 3 | FIGURA 4

a) Observe la secuencia de huecos y dibuje la Figura para el caso 6 y para el caso 8.

b) Usa las figuras y explica gráficamente su proceso para extender la secuencia.

FIGURA 1 | FIGURA 2 | FIGURA 3 | FIGURA 4

Proceso de Percepción		
Descripción	Indicadores	Evidencia/ Desempeño
Encontrar el valor (casó/ término) inmediatamente siguiente que adquiere una secuencia	Valores para el caso (o término) siguiente - Regularidad que explica el caso siguiente	Reconoce patrones geométricos o numéricos Reconoce la relación entre el número de lados o vértices y el número (posición) de la figura en el patrón
Proceso de Representación		
Utiliza el salto de un término de la secuencia al otro para obtener nuevamente un componente de la secuencia, que ya no corresponde al termino inmediatamente siguiente	Otorga valores a los casos no necesariamente siguientes. Representa los casos no necesariamente siguientes	-Usa modelos geométricos a partir del aumento (regularidad) identificada en la secuencia. -Construye representaciones simbólicas de la regularidad presente en la secuencia
Proceso de Conjetura		
Conjetura Verbal formar el concepto (o premisa de generalidad) unido al símbolo (palabra; atributo general o particular)	Expresa verbal o por escrito la forma cómo se establece la generalidad -Explica con narraciones los procesos o acciones	Explica mediante un párrafo/oración el proceso detallado de cómo logró una figura determinada (término de la secuencia) sin importar el grado de verdad de esta afirmación.
Conjetura Argumentativa Redactar o expresar acuerdo a la conjetura y explicación (justifica proceso) Desacuerdo: reestructura conjetura	El escrito es adecuado y argumentado. Explica los procesos usados para establecer el núcleo del patrón	-Hace conjeturas. verifica los resultados de aplicación de transformaciones de figuras y justifica sus procedimientos. -Utiliza acciones numéricas en forma de esquemas de operaciones, acciones concretas.
Proceso de Generalización explicito		
Transitar del lenguaje verbal al lenguaje formal. Utilizar los símbolos alfanuméricos Explica para cualquier término de la secuencia; el lenguaje incluye en este caso expresiones de indeterminación	Escribe o configura la expresión general para cualquier n-	-Generaliza procedimientos de cálculo para encontrar el modelo matemático (expresión que define la generalidad) -Describe la secuencia geométrica de los patrones para cualquier termino. -Reconoce el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos.

CONCLUSIONES

Para el propósito del estudio se considera acertado el diseño de tareas que involucra configuraciones geométricas asociadas a contextos cercanos y cotidianos de los escolares.

La sistematización de la trayectoria de instrucción describe los principales elementos que caracterizan los desempeños de cada perfil de los escolares.

Las secuencias propuestas en las tareas involucraran procesos “de generalización”, los cuales están íntimamente ligados y afectados por el uso de los signos. Sin embargo, los escolares interpretan los signos desde lo escrito, oral, términos lingüísticos, símbolos, gestos y movimientos, tal como lo establece Radford (2008).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Castellanos, M. T., Flores, P. y Moreno, A. (2017). Reflections on Future Mathematics Teachers about Professional Issues Related to the Teaching of School Algebra. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 31*(57), 408-429.

- Confrey, J. (2002). Learning to listen: A student's understanding of powers of ten. *Radical constructivism in mathematics education*, 111-138.

- Radford, L. (2010). Layers of generality and types of generalization in pattern activities. *PNA, 4*(2), 37-62.

- Rivera, F. D. (2010). Visual templates in pattern generalization activity. *Educational Studies in Mathematics, 73*(2), 297-328.

LA MODELACIÓN MATEMÁTICA EN LA ENSEÑANZA DE FUNCIONES POR MEDIO DEL USO DE LAS TIC

Duván Danilo Gil López [1], Jeison Valencia Saavedra[2] María Teresa Castellanos[3],
[1]ddgil@unillanos.edu.co, [2]jvalencias@unillanos.edu.co, [3]mcastellanos@unillanos.edu.co
[1,2,3]Universidad de los Llanos

INTRODUCCIÓN

Este proyecto tiene como propósito diseñar e implementar una estrategia didáctica para promover la modelación mediante el apoyo de las TIC en el aula de clase. El proyecto se ubica en el enfoque sociocultural, reconociendo el aprendizaje imbricado en la tradición histórica y cultural. Podemos referirnos al uso de herramientas tecnológicas u otro tipo de herramientas que aporten significativamente a la planeación del docente y, de la misma manera, al proceso de aprendizaje del estudiante. El uso de herramientas TIC en el aula se ha considerado una necesidad, dado que en una época de cambio e innovación se deben buscar las herramientas adecuadas para responder a la complejidad de los tiempos (Palmero et al., 2021). Es de resaltar el uso pertinente de los dispositivos móviles en el desarrollo de las actividades educativas. Por otro lado, se conjetura que el empleo pertinente de los recursos digitales motiva el aprendizaje de la matemática.

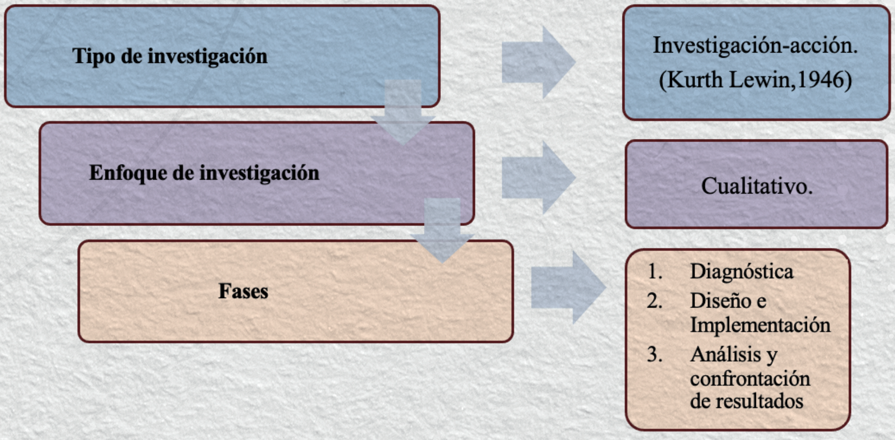
PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Cuáles son las características de una estrategia didáctica para involucrar las TIC en tareas de modelación en el desarrollo de contenidos de grado 8.° en la Institución Educativa Gabriela Mistral de Lejanías, Meta?

PROBLEMA CIENTÍFICO

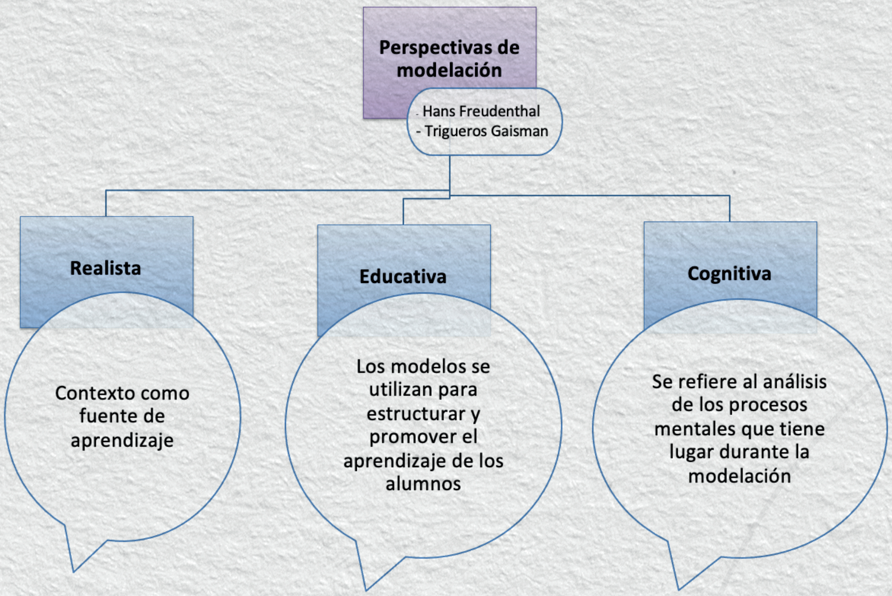
El currículo colombiano propone el uso de estrategias de modelación, y la búsqueda de representaciones de situaciones que dan sentido a las matemáticas escolares. Aunque la inclusión del modelamiento de situaciones cotidianas se explicita en los propósitos curriculares y en la pertinencia para el desarrollo de las competencias matemáticas. En las instituciones educativas tímidamente se concreta el uso de las TIC por diferentes motivos y, en particular, las estrategias que tienen como propósito la modelación con situaciones cercanas al contexto de los escolares, resultan siendo una oportunidad para el desarrollo de este trabajo con tareas que requieran en su implementación las TIC. La revisión de literatura evidencia que los estudiantes presentan dificultades al momento de solucionar o representar modelamientos de contextos que dan sentido a los conceptos de las matemáticas.

METODOLOGÍA



RESULTADOS

Los resultados preliminares sugieren que el uso de TIC ha incrementado el interés y la participación de los estudiantes en las clases de matemáticas. Las visualizaciones dinámicas y los modelos interactivos han permitido que los estudiantes comprendan mejor las relaciones y definiciones de los temas de matemáticas, y puedan aplicar los conceptos de manera apropiada en la resolución de problemas. Se continua en el proceso de recopilación y análisis de los datos, pero ya se han observado mejoras en el rendimiento académico en las evaluaciones formativas. También se ha detectado que los estudiantes muestran una actitud más positiva hacia las matemáticas cuando se emplean herramientas tecnológicas.



CONCLUSIONES

Aunque el proyecto aún está en curso, las conclusiones preliminares indican que la implementación de las TIC en la enseñanza de funciones ha sido acertada para mejorar la comprensión conceptual y el rendimiento de los estudiantes. Los resultados sugieren que las TIC, combinadas con la modelación matemática, ofrecen un enfoque innovador e interesante para abordar problemas complejos en matemáticas. Además, se han identificado algunas limitaciones, como la falta de acceso a dispositivos tecnológicos. Sin embargo, los beneficios observados hasta ahora superan las dificultades, lo que apoya la continuidad del proyecto y la posible expansión de este enfoque a otras áreas del currículo matemático.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Cano Vásquez, L. M. (2020). *Concepciones docentes, usos de TIC en el aula y estilos de enseñanza*.

- Freudenthal, H. (2005). *Revisiting mathematics education: China lectures* (Vol. 9). Springer Science & Business Media.

- Colmenares, A. M. (2012). *Investigación-acción participativa: una metodología integradora del conocimiento y la acción*.

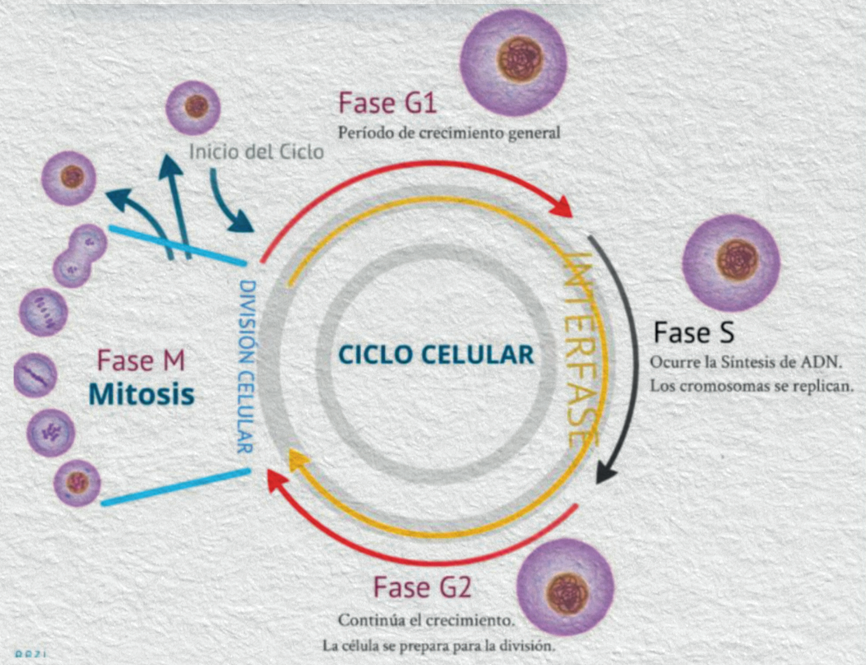
MODELO DINÁMICO DE CRECIMIENTO TUMORAL EN CÁNCER DE MAMA SENSIBLE A HORMONAS

Juan Andrés Reyes[1], Daniel Felipe Tavera[2], Alexander Santos Niño[3],
[1]jareyes.olivares@unillanos.edu.co, [2]dftavera@unillanos.edu.co, [3]asantos@unillanos.edu.co
[1,2,3]Universidad de los Llanos

INTRODUCCIÓN

El cáncer como una de las principales causas de mortalidad, incluye el cáncer de mama sensible a hormonas, cuyo crecimiento tumoral es crucial para mejorar las terapias. Sin embargo, los modelos actuales tienen limitaciones al no considerar su complejidad. En este sentido, los sistemas dinámicos ofrecen un enfoque integral a través de simulaciones computacionales, mejorando nuestra comprensión y tratamiento de esta enfermedad.

El cáncer de mama representa una de las principales causas de mortalidad a nivel mundial. Según la OMS, en el año 2022, esta enfermedad fue responsable de 670.000 muertes en todo el mundo.



PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Cuáles son las características de una estrategia didáctica para involucrar las TIC en tareas de modelación en el desarrollo de contenidos de grado 8.° en la Institución Educativa Gabriela Mistral de Lejanías, Meta?

METODOLOGÍA

Formulación del problema, variables y ecuaciones

Análisis de estabilidad propiedades cualitativas.

Análisis matemático y computacional de modelos dinámicos.

Simulaciones computacionales para explorar parámetros y condiciones iniciales.

Enfoque cuantitativo exploratorio.

RESULTADOS

$$\dot{p} = \xi pF(p) - \theta pr,$$
$$\dot{r} = \alpha(1 - \beta p)pr + \gamma - \delta r,$$

ECUACIONES DEL MODELO STEPANOVA

Parámetros variables	Interpretación	Valor numérico
p	Volumen del tumor	
p_∞	Capacidad de carga tumoral fija	780
r	Densidad de células inmuno-competentes	
α	tasa de proliferación estimulada por tumor	0.00484
β	Límite inverso para la supresión tumoral	0.00264
γ	tasa de entrada de células T	0.1181
δ	Tasa de muerte	0.37451
θ	tasa de interacción inmuno-tumoral	1
ξ	parámetro de crecimiento tumoral	0.5618

MODELOS DE CRECIMIENTO TUMORAL

Función de Gompertz

$$\dot{p}_G = -\xi p \ln\left(\frac{p}{p_\infty}\right) - \theta pr$$

Función Logística

$$\dot{p}_L = \xi p\left(1 - \frac{p}{p_\infty}\right) - \theta pr$$

Función Logística General

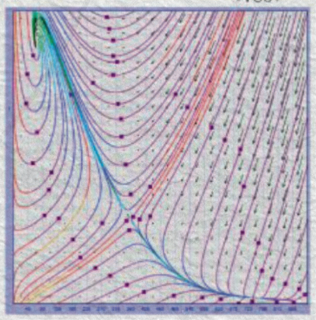
$$\dot{p}_{LG} = \xi p\left(1 - \left(\frac{p}{p_\infty}\right)^2\right) - \theta pr$$

Función Exponencial.

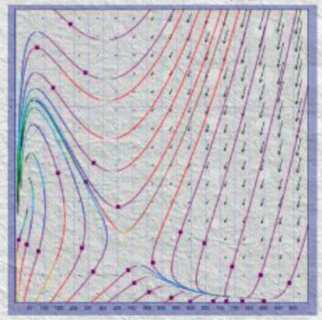
$$\dot{p}_E = \xi p - \theta pr$$

PLANO DE TRAYECTORIAS DE LOS MODELOS

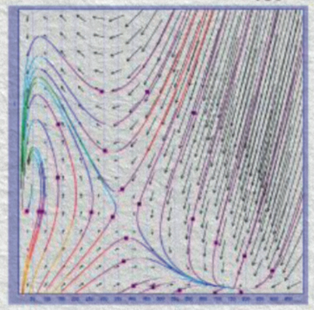
$$\dot{p_G} = -0,5618p\log\left(\frac{p}{780}\right) - pr$$



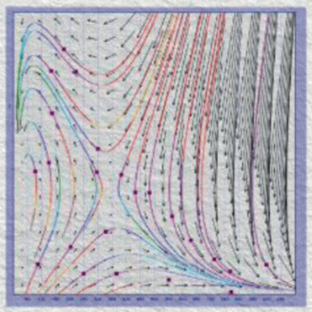
$$\dot{p_L} = 0,5618p\left(1 - \frac{p}{780}\right) - pr$$



$$\dot{p_{Lg}} = 0,5618p\left(1 - \left(\frac{p}{780}\right)^2\right) - pr$$



$$\dot{p_E} = 0,5618p - pr$$

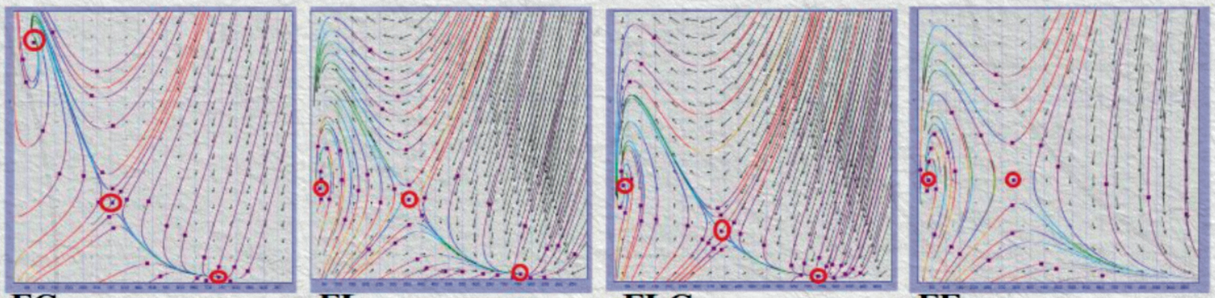


$$\dot{r} = 0,00484\,(1 - 0,00264p)\,pr + 0,1181 - 0,37435r$$

ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE LOS PUNTOS FIJOS

FUNCIÓN	p1	p2	p3
Gompertz	(73.1546 , 1.3296)	(355.1358 , 0.4420)	(737.5366 , 0.0314)
Logística	(35.1576 , 0.5364)	(387.5289 , 0.2828)	(736.1018 , 0.0316)
logística generalizada	(37.5616 , 0.5605)	(354.6168 , 0.4458)	(759.5917 , 0.058)
Exponencial	(37.6963 , 0.5618)	(341.0916 , 0.5618)	(∞ , 0)

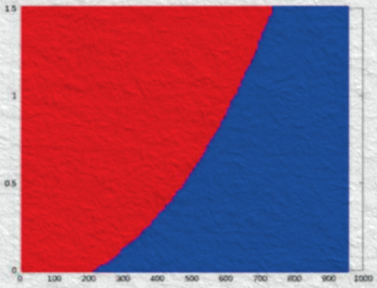
FUNCIÓN	Punto	τ	Δ	$\tau^2 - 4\Delta$	T. Estabilidad
Gompertz	p1	-0.6506	0.3388	-0.9319	Espiral estable
	p2	-0.8290	-0.5184	2.7608	Punto de silla
	p3	-4.3171	1.7848	11.4982	Nodo estable
Logística	p1	-0.2455	0.0799	-0.2237	Espiral estable
	p2	-0.6969	-0.4381	2.2381	Punto de silla
	p3	-4.2655	1.6552	11.5736	Nodo estable
L. Generalizada	p1	-0.2133	0.0823	-0.2837	Espiral estable
	p2	-0.4909	-0.6048	2.6601	Punto de silla
	p3	-5.1361	4.2102	9.5387	Nodo estable
Exponencial	p1	-0.2645	0.0935	-0.3040	Espiral estable
	p2	-0.2102	-0.7429	3.0158	Punto de silla



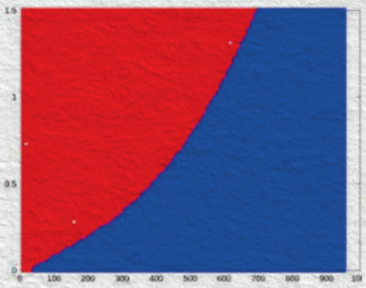
FG FL FLG FE

CUENCAS DE CONVERGENCIA

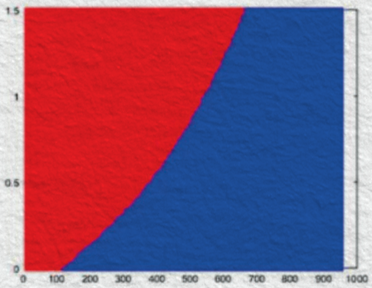
a) **Función de Gompertz**



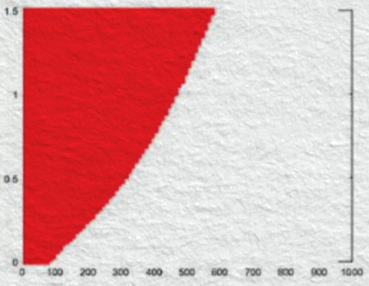
b) **Función Logística General**

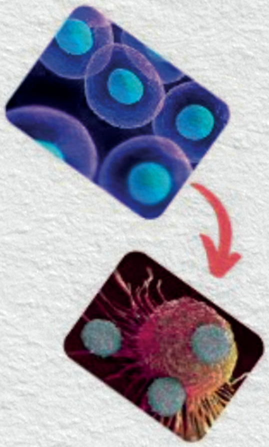


c) **Función Logística**



d) **Función Exponencial.**





REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Kuznetsov, V. A., Makalkin, I. A., Taylor, M. A. & Perelson, A. S. (1994). Nonlinear dynamics of immunogenic tumors: parameter estimation and global bifurcation analysis. *Bulletin of mathematical biology*, *56*(2), 295-321.

- Wodarz, D., & Komarova, N. (2014). *Dynamics of cancer: mathematical foundations of oncology*. World Scientific.

- Stepanova, N. V. (1979). Course of the immune reaction during the development of a malignant tumour. *Biophysics*, *24*(5), 917-923.

- Schättler, H., & Ledzewicz, U. (2015). *Optimal control for mathematical models of cancer therapies. An application of geometric methods.*

- Wheldon, T. E. (1988). *Mathematical Models in Cancer Research*. Boston, Philadelphia: Hilger Publishing.

- Mahfouz, A. (2024). *Phase plane plotter*. MATLAB Central File Exchange. https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/65952-phase-plane-plotter

UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS ®

Facultad de Ciencias Humanas y de la Educación